תרגיל כיתה IV

רשימת דילוגים רנדומאלית — Random Skip List

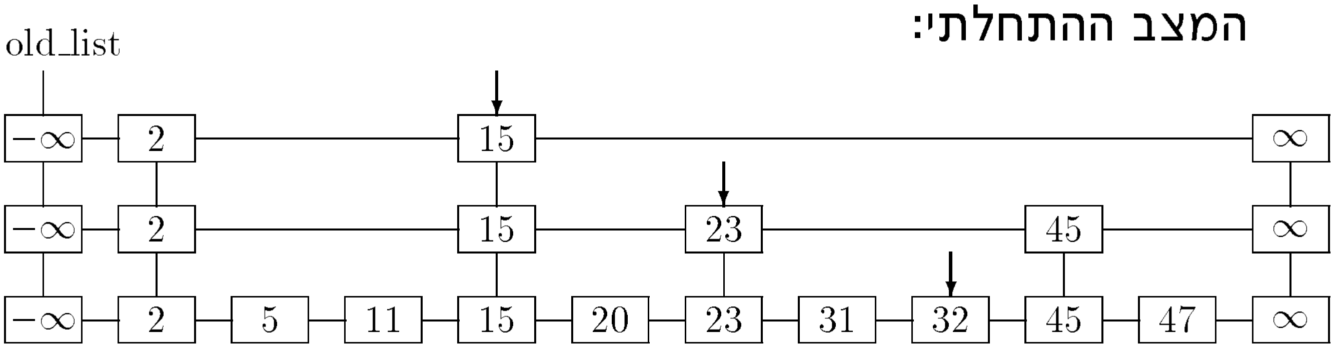
1 הגדרה

Random skip list – מבנה נתונים המאפשר חיפוש, הכנסה והוצאה של איברים בזמן לוגריתמי בממוצע.

2 דוגמת הכנסה

בהרצאה הוצג skip list רנדומאלי, פורטו גם האלגוריתם לחיפוש בו ואלגוריתם ההכנסה. כאן נביא דוגמת הרצה של פרוצדורת insert. (את האלגוריתם והקוד ניתן למצוא בחוברת השקפים).

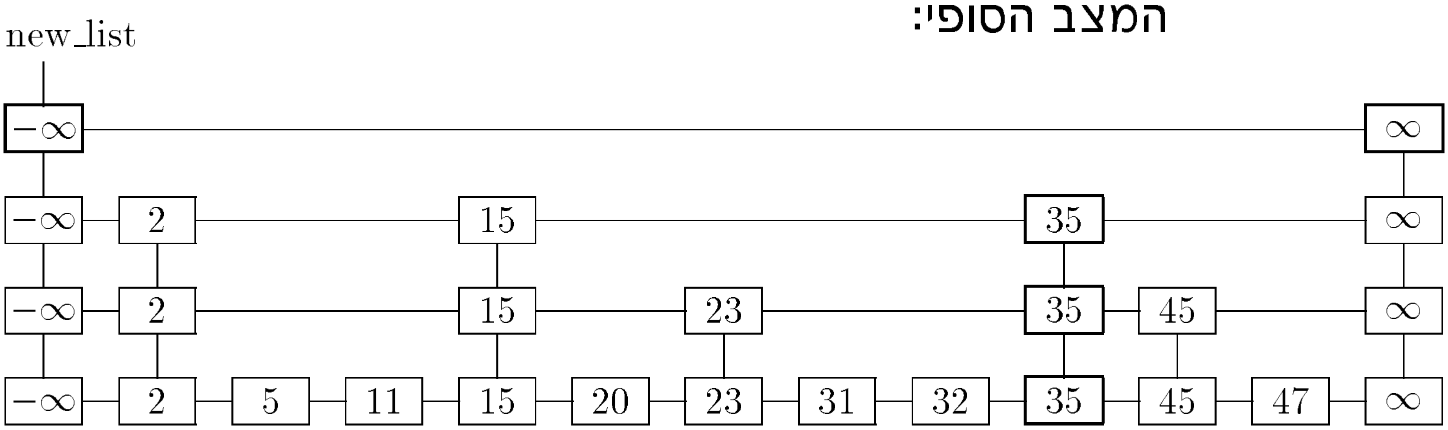
המצב ההתחלתי:



לאחר הקריאה insert(35, old_list) בכל רמה יתבצע חיפוש של תת-קטע ברשימה המכיל את האיבר המבוקש. וכל פעם כשמגיעים לקצה הקטע הנ"ל, יורדים רמה אחת ע"י קריאה רקורסיבית ל-insert1. החיצים העבים בתרשים מציינים את המקומות בהם התבצעו הקריאות הרקורסיביות.

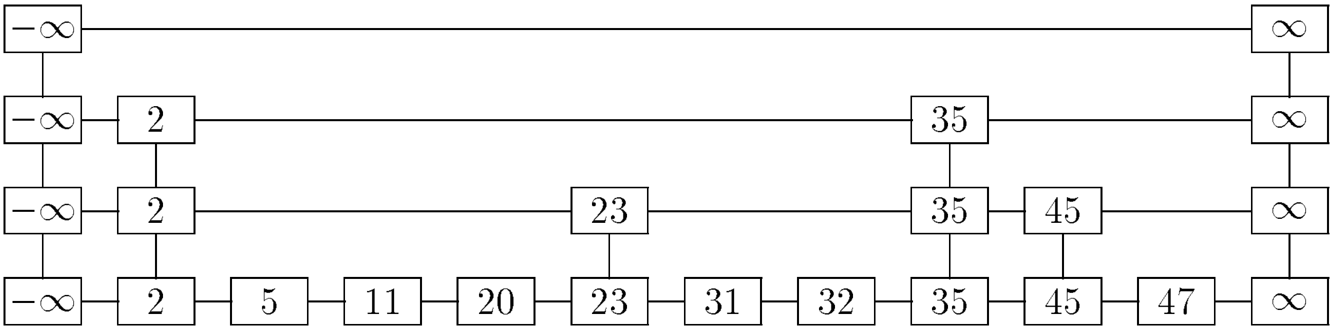
לאחר הקריאה ל-add_after ברמה הנמוכה ביותר יתווסף בה איבר 35. כעת מתחילים לחזור מרקורסיה ובכל רמה מטילים מטבע האם להוסיף איבר חדש או לא. נניח כי בכל ההטלות הללו יצאה התשובה "כן". אז האיבר 35 יתווסף גם ברמות הבאות עד הגבוהה ביותר. ואם גם ברמה הזו הטלת מטבע תתן תשובה "כן", יש להוסיף גם רמה חדשה ולסיים (ברמה החדשה לא מוסיפים איבר). בתרשים להלן הודגשו האיברים החדשים.

המצב הסופי:



3 הוצאה מרשימת דילוגים

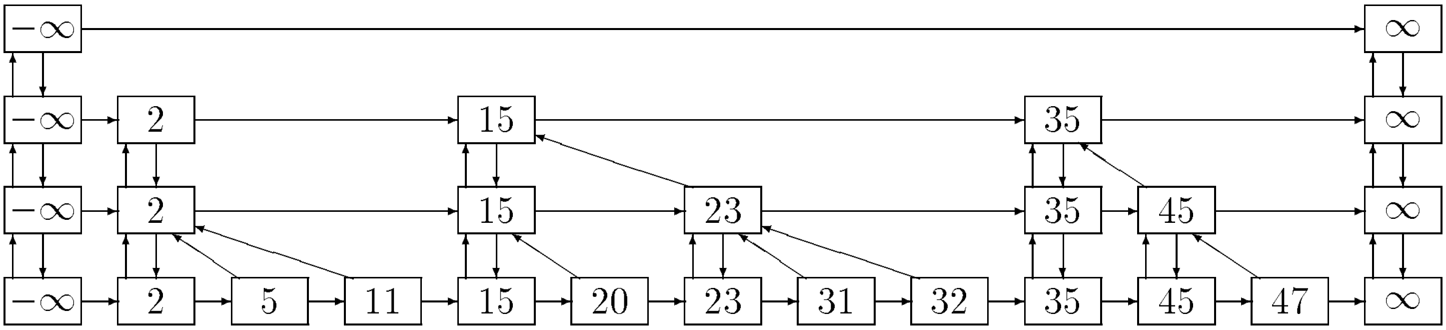
למחיקת x מהמבנה צריך למחוק אותו מכל הרמות בהן הוא מופיע. כיון שכל צומת משוכפל בממוצע פעמיים, זמן ההוצאה הצפוי הוא זמן החיפוש $+O(1)$. לדוגמה, אם נסלק 15 מרשימה הנ"ל נקבל:



4 תרגיל

הצע מבנה נתונים דינאמי (לא מערך) המכיל את המספרים $1,2,\ldots,n$ (כאשר n משתנה), ומאפשר לגשת עם מצביע לאיבר j מאיבר אחר i בסיבוכיות זמן $O(\log|i-j|)$ בממוצע.

פתרון: נבנה Skip List כך שהמספרים $1,2,\ldots,n$ מוכלים ברמה התחתונה. לכל איבר ב-Skip List נוסיף מצביע up שיצביע ל"אביו" ברמה הגבוהה יותר. נדרוש גם שברמה העליונה יופיעו רק שני איברים: ∞ ו-$-\infty$.



כשהמצביע נמצא על i ברמה התחתונה, נתחיל לעלות ברמות תוך שימוש במצביעי up, עד הרמה שבה האיבר הנוכחי קטן או שווה ל-j והאיבר הבא גדול מ-j. כך בעצם מצאנו את תת-הקטע הקטן ביותר של ה-Skip List שמכיל את שני המספרים i ו-j גם יחד. מנקודה זו נבצע חיפוש רגיל של האיבר j ב-"Skip List הקטן" (ע"י ירידה ברמות).

סיבוכיות: חלק ה-Skip List, בו מתבצעות הפעולות הנ"ל, מכסה קטע פי 2 ארוך מ-$|i-j|$ (בממוצע). לכן ניתן להתיחס לפעולות הללו, כאילו שהן מתבצעות על ה-Skip List בגודל כזה. והסיבוכיות תהיה לכן $O(2\log 2|i-j|)=O(\log|i-j|)$.