הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל

הפקולטה למדעי המחשב

שם משפחה: _____

שם פרטי: _____

מס' זהות: _____

הקף בעיגול: הסמכה / מוסמכים / לימודי חוץ / תיכון

מבני נתונים 1 (234218)

בחינה סופית – מועד א'

סמסטר חורף, תשנ"ח

תאריך: 20.02.98

מרצים: פרופ. אלון איתי
פרופ/ח בני שור

מתרגלים: ניב גלבוע
מריה זפולוצקי
ולדימיר ינובסקי
אולג לדניוב
דמיטרי לוינסון

- משך הבחינה: שלוש שעות.
- יש לענות על כל השאלות בטופס הבחינה.
- יש לנמק את התשובות, תשובה לא מנומקת לא תתקבל.
- מותר כל חומר עזר פרט למחשבי Laptop וטלפונים סלולריים.
- בטופס הבחינה 12 עמודים. וודאו כי כולם לרשותכם.

שאלות	ניקוד	ציון
1	10	
2	10	
3	10	
4	20	
5	25	
6	25	
סה"כ	100	

<u>שאלה מס' 1</u>

לרשותכם טבלת ערבול בת 11 תאים (הממוספרים מ- 0 ועד 10).
יש להכניס לטבלה את המפתחות הבאים (משמאל לימין - מתחילים ב-10):
59, 88, 17, 28, 15, 4, 31, 22, 10.

א. הדגימו את תוצאות ההכנסה של המפתחות תוך שימוש ב- linear probing ופונקצית ערבול (hash).

$$h(k) = k \bmod 11$$

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

ב. הדגימו את תוצאות ההכנסה של המפתחות תוך שימוש ב-double hashing. עם פונקצית הערבול

$$h(k) = k \bmod 11$$

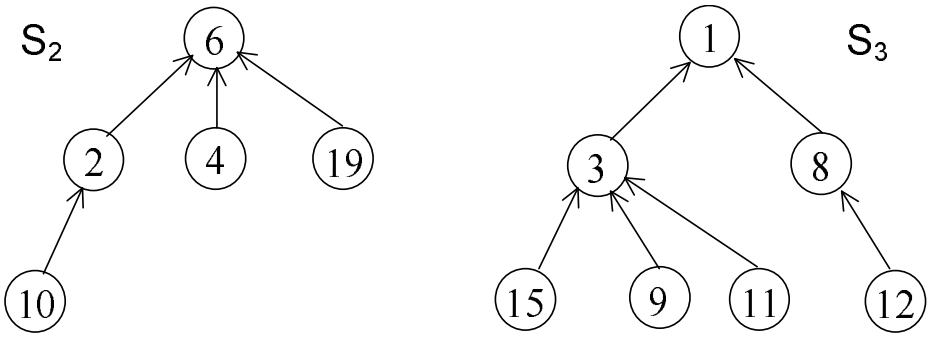
ופונקצית הצעד (step)

$$d(k) = [\ (k+1) \bmod 10\ ] + 1$$

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

<u>שאלה מס׳ 2</u>

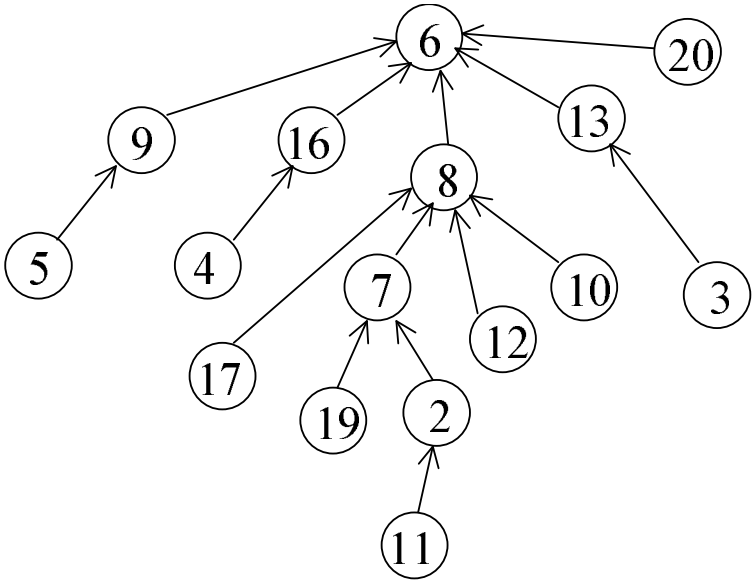
א. הציור הבא מתאר תמונת מצב בעת הרצת האלגוריתם ל- Union-Find.



תארו את תמונת המצב עם תום בצוע הפעולה הבאה:

$S_2 = \text{union}(S_2, S_3)$

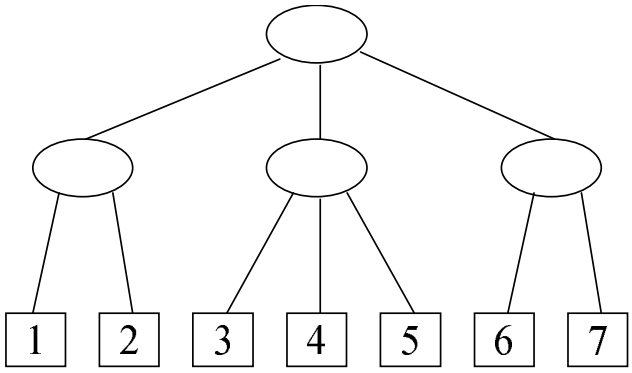
ב.נתון המצב הבא:



ציירו כיצד ייראה המבנה לאחר ביצוע פעולת find (2) (האלגוריתם המשתמש גם בכווץ מסלולים).

<u>שאלה מס' 3</u>

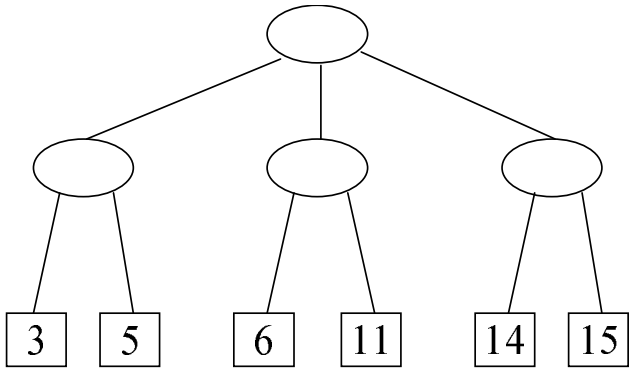
נתבונן בעץ 2-3 הבא



א. מלאו את הערכים בצמתים הפנימיים.

ב. תארו את העץ המתקבל אחרי השמטת 7.

ג. תארו את העץ המתקבל אחרי השמטת 6 מהעץ להלן (גם פה יש להשלים את המפתחות בצמתים פנימיים).



שאלה מס' 4

בלול של יוסף יש N תרנגולות הממוספרות מ- 1 עד N (לכל תרנגולת מס' סידורי שונה).
לאור ההתפתחויות במפרץ, בנה יוסף מקלט בו יש מקום ל- M תרנגולות.
המספרים N ו- M ידועים, אך אינם קבועים לצורך חישוב הסיבוכיות.
ברגע אזעקה התרנגולות נכנסות למקלט.
אם $M < N$, יש עדיפות לתרנגולות שמטילות יותר ביצים, לכן יש לשמור סטטיסטיקה על מספר הביצים שהטילה כל תרנגולת עד כה.

א. עליכם להציע מבנה נתונים של הלול, אשר יתמוך בביצוע הפעולות הבאות:

1) Egg(i) - התרנגולת i הטילה ביצה. הסיבוכיות הנדרשת $O(1)$.

2) Alarm - יש להדפיס (בסדר כלשהו) את רשימת התרנגולות שרשאיות להיכנס למקלט. אם לשתי תרנגולות יש אותו מספר ביצים ובמקלט נותר מקום לתרנגולת אחת בלבד, אז יש להכניס למקלט את אחת התרנגולות באופן שרירותי. הסיבוכיות הנדרשת $O(\min\{N,M\})$.
תארו את מבנה הנתונים ואת מימוש הפעולות. הניחו שבתחילת העבודה אין לאף תרנגולת ביצים.

תנו ציור ממצה של המבנה:

תארו בקצרה את המבנה וביצוע הפעולות עליו:

ב. כמו ב-א', אלא במקום פעולה Egg(i) יש לממש פעולה Egg(i,k) - תרנגולת i מטילה k ביצים, בסיבוכיות O(logN).
הסיבוכיות הנדרשת לפעולת Alarm נשארת O(min{N,M}), אלא שהפעם אם לשתי תרנגולות יש אותו מספר ביצים, אז למקלט תכנס התרנגולת בעלת מספר סידורי קטן יותר.

תנו ציור ממצה של המבנה:

תארו בקצרה את המבנה וביצוע הפעולות עליו:

שאלה מס׳ 5

נתונות n נקודות במישור $(x_1,y_1),\ldots,(x_n,y_n)$.

יש להציע מבנה נתונים המאפשר ביצוע שתי פעולות:

1) init( ) - אתחול מבנה הנתונים.
2) circle(r) - הדפס את כל הנקודות במבנה הנתונים אשר נמצאות בתוך או על שפת עיגול ברדיוס r סביב הראשית.

יש לממש את שתי הפעולות לפי סיבוכיות הזמן הנדרשת להלן. פתרון נכון של סעיף ב׳ יגרור באופן אוטומטי קבלת הניקוד עבור סעיף א׳.

א. init - O(n).
circle(r) - O(k logn), כאשר k הוא מספר הנקודות שיש להדפיס.

ב. O(n) - init.
O(k) - circle(r).

יש לנמק עמידה בסיבוכיות.

שאלה מס' 6

יהי G גרף לא מכוון עם משקולות לקשתות. הניחו ש-G קשיר בן n צמתים (הממוספרים 1 ו-m קשתות (אין קשתות מקבילות).
האלגוריתם הבא מוצא עץ פורש מינימום (אין צורך להוכיח שהאלגוריתם נכון):

1. התחל עם עץ פורש ריק $T = \varnothing$.
2. כל עוד G מכיל יותר מצומת אחד:
   2.1 לכל צמת v תהי $e(v)$ קשת בעלת משקל מינימום הנוגעת ב-v.
   2.2 יהי $C = \{e(v): v \in G\}$.
   2.3 הוסף את קשתות C לעץ הפורש: $T = T \cup C$.
   2.4 כווץ את כל קשתות C: אם $(u,v) \in C$ החלף את u ו-v בצומת חדש שמחובר לכל השכנים של u ושל v (כל מחיקות צמתים וקשתות מתבצעות על הגרף המקורי G).

א. הראה שאם ל-n צמתים בתחילת איטרציה, אז ל- יש לפחות $n/2$ קשתות באותה איטרציה.

ב. מהו מספר האיטרציות של האלגוריתם?

נייצג קשת ע"י הרשומה

```
typedef struct {
   int w;       /* משקל הקשת */
   node v1, v2; /* קצוות הקשת */
} EDGE;
```

כל הקשתות ייוצגו במערך באורך m.
הנחה: הקלט מסודר כך ש-

```
edge[0].w < edge[1].w < . . . < edge[m-1].w
```

כל צומת יחזיק רשימה של הקשתות שנוגעות בו בסדר משקלות עולה.

ג. כיצד תבנה רשימות אלו בהתחשב בהנחה על הקלט. שימו לב לדרישות הסיבוכיות של סעיף ה.

ד. כיצד תכווץ קשת (u,v) בזמן ליניארי ב-$\deg(v)+\deg(u)$?
($\deg(v)$ = מספר השכנים של v.)

ה. הראה שהאלגוריתם דורש זמן $\deg(v)+\deg(u)$ במקרה הגרוע (בהתחשב בהנחה על הקלט).