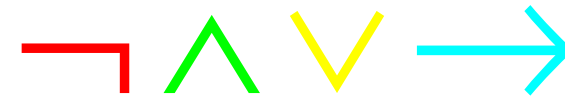


## שימוש בלוגיקה ליצוג ידע



## תחשיב הפרדיקטים - סינטקס (תחביר)

שפה:

- סימני קבועים  $(C_1, C_2, C_3, \dots)$
- סימני משתנים  $(X_1, X_2, X_3, \dots)$
- לכל  $n$  טבעי קבוצה של סימני פונקציות  $n$ -מקומיות  $(f_1^n, f_2^n, f_3^n, \dots)$
- לכל  $n$  טבעי חיובי קבוצה של סימני פרדיקטים  $n$ -מקומיים  $(P_1^n, P_2^n, P_3^n, \dots)$
- קשרים לוגיים  $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow$
- כמתים  $\exists, \forall$

## ביטויים

- סימן קבוע הינו ביטוי
- סימן משתנה הינו ביטוי
- אם  $t_1, \dots, t_n$  הינם ביטויים, ו- $f_k^n$  הינו סימן פונקציה  $n$  מקומית, אזי  $f_k^n(t_1, \dots, t_n)$  הינו ביטוי

## נוסחאות בנויות כהלכה

- אם  $t_1, \dots, t_n$  הינם ביטויים, ו- $p_k^n$  הינו סימן פרדיקט  $n$  מקומי, אזי  $p_k^n(t_1, \dots, t_n)$  הינה נוסחה בנויה כהלכה. נוסחה כזו נקראת פסוק אטומי.
  - תהי  $\varphi$  נוסחא בנויה כהלכה.  $\neg\varphi$  הינה נוסחא בנויה כהלכה.
  - תהי  $\varphi$  ותהי  $\gamma$  נוסחאות בנויות כהלכה, אזי  $\varphi \wedge \gamma, \varphi \vee \gamma, \varphi \rightarrow \gamma$  הינן נוסחאות בנויות כהלכה.
  - תהי  $\varphi$  נוסחא בנויה כהלכה ויהי  $x$  סימן משתנה.  $\forall x \varphi$  ו- $\exists x \varphi$  הינן נוסחאות בנויות כהלכה.
- הסכם - בד"כ נשמיט את סימון מספר הארגומנטים של סימני פונקציות וסימני פרדיקטים.

## האקסיומות הלוגיות

קבוצת האקסיומות הלוגיות היא קבוצת הנוסחאות הבאה:

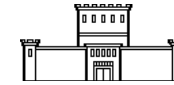
1.  $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$
2.  $[\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)] \rightarrow [(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)]$
3.  $(\neg \alpha \rightarrow \beta) \rightarrow [(\neg \alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow \alpha]$
4.  $[\forall x(\alpha \rightarrow \beta)] \rightarrow [\forall x \alpha \rightarrow \forall x \beta]$
5.  $\alpha \rightarrow \forall x \alpha$  (where  $x$  is not free in  $\alpha$ )
6.  $\forall x \alpha \rightarrow \alpha(x/t)$  (where  $t$  is any term which does not contain free variables that become bound when substituting  $t$  for  $x$ )



## דוגמאות של נוסחאות בנויות כהלכה:

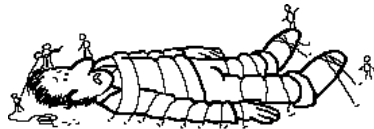
$$p_4(c_1, c_2)$$

$$\forall x \forall y \exists z [p_2(z, x) \wedge p_2(z, y)]$$



## הצבה

- בנוסחאות מהצורה  $\forall x \varphi$  ו-  $\exists x \varphi$  המשתנה  $x$  הינו משתנה קשור



- משתנה שאינו קשור נקרא משתנה חפשי

- יהיו  $s$  ו- $t$  ביטויים. יהי  $x$  משתנה. נגדיר את  $s(x/t)$  כביטוי שמתקבל מ- $s$  כאשר כל מופע של המשתנה  $x$  מוחלף בביטוי  $t$ .

- תהי  $s$  נוסחא ו- $t$  ביטוי. יהי  $x$  משתנה. נגדיר את  $s(x/t)$  כנוסחא שמתקבלת מ- $s$  כאשר כל מופע חפשי של המשתנה  $x$  מוחלף בביטוי  $t$ .



## סכמות של אקסיומות

- האקסיומות הנ"ל הינן סכמות של נוסחאות  
- ניתן להציב במקום  $\alpha, \beta, \gamma$  כל נוסחא כדי לקבל instance של האקסיומה



## כלל היסק ויכיחות

- הכלל האומר שבהנתן נוסחאות  $\xi \rightarrow \varphi$  ו- $\varphi$  ניתן להסיק  $\xi$  הינו כלל היסק הנקרא כלל ניתוק הרישא (modus ponens)
- נאמר ש  $\alpha$  יכיח מתוך  $\Phi$  ונסמן  $\Phi \vdash \alpha$



## הגדרת "הוכחה"

תהי  $\Phi$  קבוצת נוסחאות ותהי  $\alpha$  נוסחא. הוכחה של  $\alpha$  מתוך  $\Phi$  הינה סדרה סופית ולא ריקה  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$  של נוסחאות המקיימת את התנאים הבאים:

1. לכל  $1 \leq k \leq n$  הנוסחא  $\varphi_k$  הינה:

- אקסיומה לוגית או
- נוסחא ב- $\Phi$  או

- קימים  $i, j < k$  כך ש-  $\varphi_i = \varphi_j \rightarrow \varphi_k$

2.  $\varphi_n = \alpha$



## דוגמא

$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  קבוצת המספרים הטבעיים.

פירוש אפשרי:

| שפה                | עולם   |
|--------------------|--|
| סימן קבוע $c_1$    | 0  |
| סימן פונקציה $f_1$ | פונקצית העוקב $\langle\langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \dots \rangle$ |
| סימן יחס $R_1$     | $\leq$   |
|                    | $\langle\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \dots \rangle$               |



## סמנטיקה

- תהי  $U$  קבוצת עצמים (עולם). פירוש  $I$  הינה פונקציה הממפה אברים של השפה לאברים של היצוג כדלקמן:

- סימני הקבועים ממופים לאוביקטים בעולם
- סימני הפונקציה ממופים לפונקציות הממפות  $n$ -יות של איברים בעולם לאיברים בעולם.
- סימני הפרדיקטים ממופים ליחסים בעולם.
- בנוסף לכך אפשר להגדיר השמה לכל המשתנים, כלומר מיפוי של משתנים חפשיים לאברים ב- $U$



## ערך האמת של נוסחאות

- יהי  $U$  עולם ויהי  $I$  פירוש כלשהוא. ניתן למפות לכל ביטוי בשפה ערך מתוך  $U$  (הגדרה רקורסיבית על קבוצת הביטויים)
- פונקציות ההערכה של נוסחאות ממפה נוסחא ל **TRUE** או **FALSE**. נגדיר את **ערך האמת**  $V$  של נוסחה  $\varphi$  תחת פירוש  $I$  באופן רקורסיבי:
  - אם  $\varphi = P(t_1, \dots, t_n)$  נוסחא אטומית אז  $V(\varphi) = \text{TRUE}$  אם  $\langle I(t_1), \dots, I(t_n) \rangle \in I(P)$  אחרת  $V(\varphi) = \text{FALSE}$ .
  - אם  $\varphi = \neg \gamma$  אזי  $V(\varphi) = \text{TRUE}$  אם  $V(\gamma) = \text{FALSE}$  אחרת  $V(\varphi) = \text{FALSE}$ .

- אם  $\varphi = \gamma \wedge \eta$  אזי  $V(\varphi) = \text{TRUE}$  אם  $V(\gamma) = \text{TRUE}$  וגם  $V(\eta) = \text{TRUE}$  אחרת  $V(\varphi) = \text{FALSE}$
- אם  $\varphi = \gamma \vee \eta$  אזי  $V(\varphi) = \text{TRUE}$  אם  $V(\gamma) = \text{TRUE}$  או  $V(\eta) = \text{TRUE}$  אחרת  $V(\varphi) = \text{FALSE}$
- אם  $\varphi = \forall x \gamma$  אזי  $V(\varphi) = \text{TRUE}$  אם לכל השמה של איבר מ- $U$  ב- $x$  נקבל  $V(\gamma) = \text{TRUE}$ . אחרת  $V(\varphi) = \text{FALSE}$

## ספיקות

- פירוש (אינטרפרטציה) והשמה **מספק** נוסחה אם הנוסחה מקבלת ערך **TRUE** תחת הפירוש וההשמה
- קבוצת פסוקים  $\Phi$  **גוררים לוגית** פסוק  $\varphi$  אם כל פירוש והשמה שמשפקים את  $\Phi$  מספקים גם את  $\varphi$ .
- גרירה לוגית מסומנת ע"י  $\models$ :  
 $\Phi \models \varphi$

## משפט השלמות

- משפט השלמות מקשר בין סינטקס לסמנטיקה
- המשפט אומר:  
נוסחה **נובעת לוגית** מקבוצת נוסחאות אם היא **יכיחה** מתוכן.
- משפט השלמות נותן בידינו כלי לבדיקה של גרירה לוגית

$$\Phi \vdash \varphi \Leftrightarrow \Phi \models \varphi$$

## פרוצדורת הוכחה

האם קיימת פרוצדורה שבהנתן נוסחא וקבוצת נוסחאות תאמר האם הנוסחא יכיחה מקבוצת הנוסחאות?  
תשובה: קיימת פרוצדורה שבהנתן משפט (נוסחא יכיחה) תמצא לו הוכחה.

אבל אם נוסחא אינה משפט אזי לא מובטח לנו שפרוצדורה כזו תעצור.  
על כן הבעיה הינה **כריעה למחצה** (semidecidable)

## פרוצדורת הוכחה:

1. הכנס את קבוצת האקסיומות ל S
2. אם הנוסחא המבוקשת נמצאת ב S - החזר "כן"
3. אחרת הפעל את כללי ההיסק על נוסחאות ב-S
4. הוסף את הנוסחאות החדשות ל S
5. חזור ל-2.

## יצוג עצמים:

table(table15)  
human(avraham)

## יצוג תכונות של עצמים:

num\_of\_legs(table15,4)  
hair\_color(avraham,white)

## יצוג תכונות כלליות של עצמים:

$\forall X[\text{table}(X) \rightarrow \text{num\_of\_legs}(X,4)]$   
 $\forall X[\text{human}(X) \rightarrow \text{num\_of\_legs}(X,2)]$

## יצוג יחסים בין עצמים:

on(glass12,table15)  
parent(avraham,yzhak)

## יצוג יחסים כלליים:

- הגדרת יחס above לפי קואורדינטת גובה של עצמים:

$\forall X \forall Y [\text{greater}(\text{z-coord}(X), \text{z-coord}(Y)) \rightarrow \text{above}(X, Y)]$

הגדרת יחס ancestor באופן רקורסיבי:

$\forall X \forall Y [\text{parent}(X, Y) \rightarrow \text{ancestor}(X, Y)]$

$\forall X \forall Y \forall Z [(\text{parent}(X, Z) \wedge \text{ancestor}(Z, Y)) \rightarrow \text{ancestor}(X, Y)]$

## יצוג תכונות של יחסים:

- טרנזיטיביות של יחס above:

$\forall X \forall Y \forall Z [\text{above}(X, Y) \wedge \text{above}(Y, Z) \rightarrow \text{above}(X, Z)]$

- לכל שניים קיים אב קדמון משותף:

$\forall X \forall Y [\text{human}(X) \wedge \text{human}(Y)] \rightarrow \exists Z [\text{ancestor}(Z, X) \wedge \text{ancestor}(Z, Y)]$

- אי-סימטרייות של יחס ה-ancestor:

$\forall X \forall Y [\text{ancestor}(X, Y) \rightarrow \neg \text{ancestor}(Y, X)]$

## הסקי בררת מחדל

- הבה נניח ששולחן table15 הינו שולחן מסעדה בעל רגל אחת אמצעית:

$\forall X[\text{restaurant\_table}(X) \rightarrow \text{table}(X)]$

$\forall X[\text{work\_table}(X) \rightarrow \text{table}(X)]$

$\forall X[\text{table}(X) \rightarrow \text{num\_of\_legs}(X,4)]$

restaurant\_table(table15)

num\_of\_legs(table15,1)

- מקבוצת הנוסחאות שלמעלה ניתן להוכיח שמספר הרגליים של table15 **הינו** 4 וגם שמספר הרגליים **הינו** 1.

- אם נוסף את האקסיומה האומרת שמספר הרגליים של שולחן הינה **פונקציה**:

$\forall X \forall Y \forall Z[\text{num\_of\_legs}(X,Z) \wedge \text{num\_of\_legs}(X,Y) \rightarrow \text{equal}(Y,Z)]$

אזי נקבל **סתירה**.



## יצוג היררכיות הורשה

- בד"כ מיוצגים היררכיות של מושגים בצורה ישירה:

$\forall X[\text{restaurant\_table}(X) \rightarrow \text{table}(X)]$

$\forall X[\text{work\_table}(X) \rightarrow \text{table}(X)]$

$\forall X[\text{table}(X) \rightarrow \text{num\_of\_legs}(X,4)]$

restaurant\_table(table15)

- בדוגמא מוגדרים למעשה שלשה מושגים: שולחן, שולחן-מסעדה, ושולחן עבודה. מתוך העובדה ש-table15 הינו שולחן מסעדה ניתן להסיק שהינו שולחן ולכן יש לו 4 רגליים.



## דוגמא לשימוש בלוגיקה ליצוג בעיה

Whilst researching her family history, Joanne discovered that her great-grandfather had four brothers, all of whom emigrated in their youth to various locations in the British Empire. From the clues given below, can you work out in which year each brother was born, who went where and what career each pursued?

### Clues

- 1 Joanne's great-grandfather, Edward, almost decided to emigrate along with his elder brother who became a grave-digger, but in the end he stayed in England and married Joanne's great-grandmother.
- 2 The boy born in 1856 emigrated to Canada shortly after his twentieth birthday; his name was not Frederick.
- 3 The youngest of the five brothers was Arthur.
- 4 One of the brothers eventually held a senior position in the police force in India in the heyday of the British Raj.
- 5 Albert, who became a tax official, emigrated in 1873; he was not the eldest boy and he did not settle in Australia.
- 6 The lad who became a sheep-farmer was born in 1854.
7. The names are: Albert, Aerthur, Edward, Fredrick, George
8. The occupations are: carpenter, grave-digger, policeman, sheep-farmer, Tax official.
9. The countries are: Australia, England, Canada, India, New-Zealand.
10. The years are 1850, 1852, 1854, 1856, 1858.



## הוספת יוצא מן הכלל

- כדי למנוע כזו סתירה נצטרך לתקן את התיקון הבא:

$\forall X[\text{table}(X) \wedge \neg \text{equal}(X, \text{table15}) \rightarrow \text{num\_of\_legs}(X,4)]$

- כמובן שתוספת כזו לכל יוצא-מן-הכלל הופכת את השימוש בלוגיקה למאוד לא אטרקטיבי.

- בעשור האחרון פותחו מספר לוגיקות חדשות המאפשרות הסקי בררת מחדל. לוגיקות אלו נקראות "**לא מונוטוניות**"



17.  $\forall X \forall Y \forall Z [\text{country}(X, Y) \vee \text{country}(X, Z) \rightarrow \text{equal}(Y, Z)]$
18.  $\forall X \forall Y \forall Z [\text{year}(X, Y) \vee \text{year}(X, Z) \rightarrow \text{equal}(Y, Z)]$
19.  $\forall X \forall Y \forall Z [\text{occupation}(X, Y) \vee \text{occupation}(X, Z) \rightarrow \text{equal}(Y, Z)]$



## יצוג החידה בלוגיקה

1.  $\forall X \forall Y \forall Z [\text{occupation}(X, \text{grave\_digger}) \wedge \text{birth}(X, Y) \wedge \text{birth}(\text{edward}, Z) \rightarrow \text{greater}(Z, Y)]$
2.  $\neg \text{occupation}(\text{edward}, \text{grave\_digger})$
3.  $\text{country}(\text{edward}, \text{england})$
4.  $\forall X [\text{birth}(X, 1856) \leftrightarrow \text{country}(X, \text{canada})]$
5.  $\forall X [\text{country}(X, \text{canada}) \leftrightarrow \text{emig\_year}(X, 1876)]$
6.  $\forall X [\text{birth}(X, 1856) \leftrightarrow \neg \text{name}(X, \text{fredrick})]$
7.  $\forall X [\forall Y \forall Z \forall W [\text{birth}(Y, Z) \wedge \text{birth}(X, W) \wedge \text{greater\_equal}(W, Z)] \rightarrow \text{name}(X, \text{arthur})]$
8.  $\forall X [\text{occupation}(X, \text{policeman}) \leftrightarrow \text{country}(X, \text{india})]$
9.  $\text{occupation}(\text{albert}, \text{tax\_official})$ .
10.  $\text{emig\_year}(\text{albert}, 1873)$ .
11.  $\exists X \forall Y \forall Z \forall W (\neg \text{name}(X, \text{albert}) \wedge \text{birth}(\text{albert}, Z) \wedge \text{birth}(X, Y) \wedge \text{greater}(Z, Y))$
12.  $\neg \text{country}(\text{albert}, \text{australia})$
13.  $\forall X [\text{occupation}(X, \text{sheep-farmer}) \leftrightarrow \text{birth}(X, 1854)]$
14.  $\forall X [\text{occupation}(X, \text{sheep-farmer}) \vee \text{occupation}(X, \text{carpenter}) \vee \text{occupation}(X, \text{grave\_digger}), \vee \text{occupation}(X, \text{policeman}) \vee \text{occupation}(X, \text{tax\_official})]$
15.  $\forall X [\text{birth}(X, 1850) \vee \text{birth}(X, 1852) \vee \text{birth}(X, 1854) \vee \text{birth}(X, 1856) \vee \text{birth}(X, 1858)]$
16.  $\forall X [\text{country}(X, \text{australia}) \vee \text{country}(X, \text{england}) \vee \text{country}(X, \text{canada}) \vee \text{country}(X, \text{india}) \vee \text{country}(X, \text{new-zealand})]$



## Conjunctive Normal Form

$$(L_{11} \vee L_{12} \vee \dots \vee L_{1n_1}) \wedge$$

$\wedge$

.

$$(L_{m1} \vee L_{m2} \vee \dots \vee L_{mn^m})$$

כאשר  $L_{m1}$  הוא פסוק אטומי או שלילת פסוק אטומי. (נוסחא כזאת נקראת **ליטרל**)

- כל אחת מהשורות הנ"ל נקראת **פסוקית (clause)**. לנוסחא כנ"ל מתיחסים כקבוצת פסוקיות ולכל פסוקית מתיחסים כקבוצת ליטרלים

$$\{ \{ L_{11}, L_{12}, \dots, L_{1n_1} \}, \dots, \{ L_{m1}, L_{m2}, \dots, L_{mn^m} \} \}.$$



## רזולוציה

- פרוצדורת ההוכחה שתיארנו קודם **אינה יעילה**
- פרוצדורה **יעילה יותר** ו**פשוטה יותר** למימוש הינה הרזולוציה.
- מסתמכת על מבנה קנוני של נוסחאות CNF



## אלגוריתם הרזולוציה (ללא משתנים)

לשם פשטות, נניח תחילה כי האקסיומות והנוסחא אותה נרצה להוכיח **חסרות משתנים**

**נתון:** קבוצת אקסיומות  $A$ , נוסחא  $P$  אותה רוצים להוכיח

1. הפוך את  $A \wedge \neg P$  לקבוצת פסוקיות  $E$

2. אתחל  $D \leftarrow E$

3. המשך עד אשר:

א. נמצאה סתירה (פסוקית ריקה) או

ב. לא ניתן להמשיך או

ג. המשאבים שהוקצאו נצרכו

3.1 בחר שתי פסוקיות ב- $D$  מהצורה:

$$A = \{A_1, \dots, A_n, L\}, B = \{B_1, \dots, B_m, \neg L\}$$

$$D \leftarrow D \cup \{A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m\} \quad 3.2$$

4.

א. אם הפרוצדורה עצרה בגלל סתירה, החזר "כן" ( $P$  נובעת מ- $A$ )

ב. אם הפרוצדורה עצרה מחוסר אפשרות להמשיך, החזר "לא" ( $P$  אינה נובעת מ- $A$ )

ג. אם הפרוצדורה עצרה כתוצאה מחוסר משאבי חישוב, החזר "לא ידוע"



## נכונות כלל הרזולוציה

- נרצה להראות שמתוך  $((A \vee L) \wedge (B \vee \neg L))$  ניתן להסיק  $A \vee B$

- נניח ש  $((A \vee L) \wedge (B \vee \neg L))$  נכון

- מכאן ש- $(A \vee L)$  נכון וגם  $(B \vee \neg L)$  נכון.

- אם  $A$  נכון אזי בפרט  $A \vee B$  נכון, וגמרנו.

- אם  $A$  אינו נכון, אזי  $L$  חייב להיות נכון, לכן  $\neg L$  אינו נכון ו- $B$  נכון.

- אם  $B$  נכון אזי בפרט  $A \vee B$  נכון, וגמרנו.

## הערות

- כדי לקבל פסוקית ריקה צריך  $D$  להכיל שתי פסוקיות  $\{L\}$  ו- $\{\neg L\}$ . אם נזכור כי כל הפסוקיות מקושרות ביניהן בקוניונקציה, ברור מדוע פסוקית ריקה מעידה על סתירה

- פרוצדורת הרזולוציה מוכיחה **בדרך השלילה** - היא מוכיחה ששלילת המשפט מביאה לסתירה.

- מדוע ניתן להשתמש בכלל הרזולוציה ככלל היסק? נראה שהוא שומר על נכונות.



## משפטים לגבי תהליך הרזולוציה

- תהליך הרזולוציה הוא נאות (sound). כל פסוקית שנגזרה מקבוצת פסוקיות D ע"י תהליך הרזולוציה נובעת לוגית מ-D.
- תהליך הרזולוציה הינו refutation complete. כלומר, אם קבוצת פסוקיות D אינה ספיקה, ניתן לגזור מ-D את הפסוקית הריקה.

## רזולוציה עם משתנים

- במקרה הכללי יכילו הנוסחאות גם משתנים.
- במקרה כזה, צעד 3.1 של האלגוריתם הינו מסובך יותר.
- במקום לחפש שני ליטרלים **זהים**, כאשר אחד מהם מופיע עם סימן שלילה, אנו נחפש שני ליטרלים **שניתן** להפוך אותם לזהים ע"י **הצבה** מתאימה.
- לדוגמא, ניתן להפוך את הליטרלים father(X,Y) ו-father(avraham,yzhak) לזהים ע"י ההצבה X/avraham, Y/yzhak.
- אולם **אין** הצבה שתהפוך את הליטרלים father(avraham,yzhak) ו-father(X,X) לזהים.
- לתהליך המוצא הצבה שהופכת שני פסוקים לזהים קוראים **האחדה** (unification).

## רזולוציה

- בהנתן אוסף הנחות (נוסחאות בנויות כהלכה, נקראות גם אקסיומות)  $A_1, \dots, A_n$  ובהנתן משפט T אותו נרצה להוכיח
- הפוך את הנוסחא  $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg T$  לאוסף של פסוקיות  $\{C_1, \dots, C_m\}$ .
- התחל עם אוסף פסוקיות  $P = \{C_1, \dots, C_m\}$

- בצע את הלולאה הבאה
- בחר 2 פסוקיות  $C_h = \{L_1, \dots, L_n\}$ ,  $C_k = \{D_1, \dots, D_k\}$  כך שקימים  $\psi, \varphi$  כד  $D_j = \varphi$ ,  $L_i = \neg \psi$  כאשר  $\psi, \varphi$  ניתנים **להאחדה** עם הצבה  $\Theta$ .
- תהי  $C_{new} = [C_h \cup C_k - \{L_i, D_j\}] \Theta$
- החלף את שמות המשתנים ב-  $C_{new}$  לשמות חדשים שלא מופיעים ב- P
- $P \leftarrow P \cup \{C_{new}\}$
- עד אשר: - נמצאה **סתירה** (פסוקית ריקה) (החזר "המשפט הוכח")
- או **שלא ניתן להמשיך** (החזר "המשפט לא ניתן להוכחה")
- או **שהמשאבים שהוקצו נצרכו** (החזר "לא נמצאה הוכחה במשאבים המוקצים")

## פרוצדורות בתהליך הרזולוציה

- על מנת לממש את תהליך הרזולוציה עלינו לפרט שלוש פרוצדורות הנחוצות לתהליך:
- הפיכת נוסחא כלשהיא לקבוצת פסוקיות (CNE).
- מציאת הצבה **מאחדת** (יוניפיקציה)
- הגדרת אסטרטגית **חיפוש** - איזה זוג נבחר בצעד 3.1

## טרנספורמציה לקבוצת פסוקיות

- נראה שיטה להפיכת כל קבוצת פסוקים לקבוצת פסוקיות.
- קיים משפט האומר שתהליך ההמרה שומר על אי-ספיקות. כלומר, קבוצת פסוקים שהיתה לא-ספיקה לפני ההמרה תשאר לא ספיקה אחרי ההמרה.

2. **הקטן את טווח השלילות** לפסוקים אטומיים

השתמש בשקילויות:

$$\neg(\neg A) \equiv A$$

$$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

$$\neg \exists X [P(X)] \equiv \forall X [\neg P(X)]$$

$$\neg \forall X [P(X)] \equiv \exists X [\neg P(X)]$$

העברת נוסחאות לצורת CNF

דוגמא:

$$\forall s \forall t [\forall x [\epsilon(x,s) \rightarrow \epsilon(x,t)] \rightarrow \subseteq(s,t)]$$

1. **הסר את סימני הגרירה**  $\rightarrow$ . השתמש בשקילויות

$$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

$$\forall s \forall t [\forall x [\epsilon(x,s) \rightarrow \epsilon(x,t)] \rightarrow \subseteq(s,t)]$$

$\Downarrow$

$$\forall s \forall t [\neg \forall x [\neg \epsilon(x,s) \vee \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t)]$$

3. שנה את שמות המשתנים כך שלא יופיע אותו שם בשני כמתים. למשל הנוסחא

$$\begin{aligned} & \forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \text{ תהפוך} \\ & \text{ל- } \forall x P(x) \vee \forall y Q(y) \end{aligned}$$

4. העבר את כל הכמתים לתחילת הנוסחא תוך שמירה על סדר הופעתם

$$\begin{aligned} & \forall s \forall t [\exists x [\epsilon(x,s) \wedge \neg \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t)] \\ & \Downarrow \\ & \forall s \forall t \exists x [[\epsilon(x,s) \wedge \neg \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t)] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \forall s \forall t [\neg \forall x [\neg \epsilon(x,s) \vee \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t)] \\ & \Downarrow \\ & \forall s \forall t [\exists x \neg [\neg \epsilon(x,s) \vee \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t)] \\ & \Downarrow \\ & \forall s \forall t [\exists x [\neg \neg \epsilon(x,s) \wedge \neg \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t)] \\ & \Downarrow \\ & \forall s \forall t [\exists x [\epsilon(x,s) \wedge \neg \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t)] \end{aligned}$$



ג. באם לא קיימים כמתים כוללים משמאל, הפונקציה תהיה בעלת 0 ארגומנטים ונקראת קבוע סקולם.

$$\begin{aligned} & \forall s \forall t \exists x [\epsilon(x,s) \wedge \neg \epsilon(x,t)] \vee \subseteq(s,t) \\ & \Downarrow \\ & \forall s \forall t [[\epsilon(F(s,t),s) \wedge \neg \epsilon(F(s,t),t)] \vee \subseteq(s,t)] \end{aligned}$$



5. הסר את הכמתים הישיים ( $\exists$ ) בתהליך סקולומיזציה:

א. יהי  $n$  מספר הכמתים הכוללים משמאל לכמת הישי. הנוסחא עם הכמת הישי נמצאת בטווח  $n$  הכמתים. יהיו  $x_1, \dots, x_n$  המשתנים של הכמתים הללו.

ב. החלף את כל ההופעות של המשתנה של הכמת הישי בפונקציה חדשה בעלת שם כלשהוא חדש (שאינו מופיע במקום אחר) בעלת  $n$  ארגומנטים  $x_1, \dots, x_n$ . הפונקציה נקראת פונקצית סקולם Skolem (function). לדוגמא, הפסוק  $\forall X_1 \dots \forall X_n \exists Y [p(Y, X_1, \dots, X_n)]$  יהפוך ל-  $\forall X_1 \dots \forall X_n [p(f_{17}(X_1, \dots, X_n), X_1, \dots, X_n)]$  כאשר  $f_{17}$  הינו שם חדש.



6. הסר את הכמתים הכוללים. עכשיו קיימים רק כמתים כוללים. מסירים אותם וזוכרים שכל המשתנים הינם של כמתים כוללים.

$$\forall s \forall t [\epsilon(F(s,t),s) \wedge \neg \epsilon(F(s,t),t)] \vee \subseteq(s,t)$$

$$\Downarrow$$

$$[\epsilon(F(s,t),s) \wedge \neg \epsilon(F(s,t),t)] \vee \subseteq(s,t)$$

7. הפוך את הנוסחא לקוניונקציה של דיסיונקטים השתמש בשקילות: (A

$$\wedge B) \vee C \equiv (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

$$[\epsilon(F(s,t),s) \wedge \neg \epsilon(F(s,t),t)] \vee \subseteq(s,t)$$

$$\Downarrow$$

$$[\epsilon(F(s,t),s) \vee \subseteq(s,t)] \wedge$$

$$[\neg \epsilon(F(s,t),t) \vee \subseteq(s,t)]$$

8. קרא לכל דיסיונקציה clause. שנה שמות משתנים כך שבכל clause יהיו שמות אחרים. מסתמך על השקילות:

$$\forall X [P(X) \wedge Q(X)] \equiv \forall X [P(X)] \wedge \forall X [Q(X)]$$

$$[\epsilon(F(s,t),s) \vee \subseteq(s,t)] \wedge$$

$$[\neg \epsilon(F(s,t),t) \vee \subseteq(s,t)]$$

$$\Downarrow$$

$$\{\epsilon(F_1(x_1,x_2),x_1), \subseteq(x_1,x_2)\} \wedge$$

$$\{\neg \epsilon(F_1(x_3,x_4),x_4), \subseteq(x_3,x_4)\}$$

## הצבה

- הצבה היא אוסף של זוגות  $\{x_1/t_1, \dots, x_n/t_n\}$  כאשר  $t_i$  הם ביטויים ו  $x_i$  הם משתנים ומתקיימים התנאים הבאים:

1.  $x_j \neq x_i$  לכל  $i \neq j$

2.  $x_i$  אינו מופיע באף אחד מהביטויים  $t_1, \dots, t_n$

- ניתן להפעיל הצבה  $\sigma$  על נוסחא  $\phi$  ולקבל נוסחא חדשה ע"י החלפת כל המשתנים בנוסחא המופיעים בהצבה בביטויים המתאימים. מסמנים את הביטוי החדש ב- $\phi\sigma$  (שימו לב לסדר ההפוך של הכתיבה)

- דוגמא:  $P(x,x,y,v) \{x/A,y/F(B),z/w\} = P(A,A,F(B),v)$  שימו לב שכל המופעים של  $x$  הוחלפו.  $v$  לא מופיע בהצבה לכן לא הוחלף.

## הרכבה של הצבות

- תהי  $\sigma$  הצבה. אם בהצבה  $\tau$  לא מופיעים משתנים המקבלים ערך בהצבה  $\sigma$  ניתן להגדיר את **ההרכבה** של  $\tau$  על  $\sigma$  הנכתבת בצורה  $\sigma\tau$  (שוב, שימו לב לסדר ההפוך של הכתיבה).

- תהי  $\sigma = \{x_1/t_1, \dots, x_n/t_n\}$ . תהי  $\tau$  הצבה כנ"ל. אזי:

$$\sigma\tau = \{x_1/t_1\tau, \dots, x_n/t_n\tau\} \cup \tau$$

- כלומר, מפעילים את  $\tau$  על הביטויים של  $\sigma$  ומוסיפים את הזוגות החדשים לזוגות של  $\tau$ . דוגמא:

$$\{w/G(x,y)\} \{x/A,y/B,z/C\} = \{w/G(A,B), x/A,y/B,z/C\}$$

## האחדה (יוניפיקציה)

- **האחדה** של שני ביטויים היא **הצבה** ההופכת אותם **לזהים**.

- לדוגמא, הביטויים  $P(A,y,z)$  ו-  $P(x,B,z)$  ניתנים להאחדה ע"י ההצבה  $\{x/A,y/B,z/C\}$

$$P(x,B,z)\{x/A,y/B,z/C\} = P(A,B,C)$$

$$P(A,y,z)\{x/A,y/B,z/C\} = P(A,B,C)$$

- יתכן יותר ממאחד (הצבה) אחד לשני ביטויים. מאחד  $\gamma$  של פסוקים  $\varphi$  ו-  $\psi$  נקרא **המאחד הכללי ביותר** (most general unifier) אם לכל מאחד  $\sigma$  של שני

$$\varphi\gamma\delta = \varphi\sigma = \psi\gamma\delta = \psi\sigma \text{ כך ש-}$$

## אלגוריתם ליוניפיקציה

UNIFY( $L_1, L_2$ )

0. אם שוים החזר NIL

1. אם  $L_1$  הוא משתנה: אם מופיע ב  $L_2$  החזר FAIL אחרת החזר ( $L_1/L_2$ )

2. אם  $L_2$  הוא משתנה: אם מופיע ב  $L_1$  החזר FAIL אחרת החזר ( $L_2/L_1$ )

3. אם  $L_1$  או  $L_2$  קבועים: אם זהים החזר NIL אחרת החזר FAIL

4. אם סימני הפרדיקטים (או פונקציות) הראשיים ב  $L_1$  ו  $L_2$  שונים החזר FAIL

5. אם ל  $L_1$  ו  $L_2$  מספר ארגומנטים שונה החזר FAIL

6. אתחל SUBST ל- NIL

7. לכל  $i$  החל מ-1 ועד מספר הארגומנטים

א.  $S \leftarrow \text{UNIFY}(\text{arg}(L_1, i), \text{arg}(L_2, i))$

ב. אם  $S$  הוא FAIL החזר FAIL

ג. הפעל את  $S$  על שארית  $L_1$  ו  $L_2$

ד.  $\text{SUBST} \leftarrow \text{APPEND}(S, \text{SUBST})$

8. החזר SUBST

## אסטרטגיות רזולוציה

- ניתן להסתכל על תהליך הרזולוציה **כחיפוש**

- **מצב** הוא אוסף פסוקיות

- **מצב התחלתי**: אוסף האקסיומות + שלילת המשפט בצורה נורמלית

- **מצב סופי**: כל קבוצת פסוקיות המכילה את הפסוקית הריקה

- **פונקציית המעבר** היא כלל הרזולוציה: בהנתן מצב  $S$  קבוצת המצבים הבאים היא  $\{r_i\}$

מתקבלת מתוך  $S$  ע"י רזולוציה  $\{S \cup r_i\}$

- **בעיה**: מרחב מצבים גדול מאוד. מקדם סיעוף מאוד גדול

- **פתרון**: שימוש באיסטרטגיות חיפוש

## אסטרטגיות הסרה (deletion strategies)

- **אסטרטגיית הסרה**: טכניקה שבה פסוקית בעלת תכונות מסוימות נזרקת מיד כשנוצרת

הסרת פסוקיות בעלות ליטרלים טהורים:

- **ליטרל טהור** הוא ליטרל שאין עבורו משלים.

- פסוקית בעלת ליטרל טהור לא תביא לסתירה, על כן ניתן להסירה.

- בזמן רזולוציה לא נוצרים ליטרלים טהורים, על כן מספיק להסיר פסוקיות המכילות אותם בתחילת התהליך.

## דוגמא:

$\forall X \forall Y \forall Z [\text{brother}(X, Y) \wedge \text{parent}(Y, Z) \rightarrow \text{uncle}(X, Z)]$

$\forall X \forall Y \forall Z [\text{parent}(X, Y) \wedge \text{parent}(Y, Z) \rightarrow \text{grandparent}(X, Z)]$

$\text{brother}(\text{lot}, \text{avraham})$

$\text{parent}(\text{avraham}, \text{yzhak})$

נרצה להוכיח:  $\text{uncle}(\text{lot}, \text{yzhak})$

נעביר ל-CNF:

$\{\neg \text{brother}(X1, Y1), \neg \text{parent}(Y1, Z1), \text{uncle}(X1, Z1)\}$

$\{\neg \text{parent}(X2, Y2), \neg \text{parent}(Y2, Z2), \text{grandparent}(X2, Z2)\}$

$\{\text{brother}(\text{lot}, \text{avraham})\}$

$\{\text{parent}(\text{avraham}, \text{yzhak})\}$

$\{\neg \text{uncle}(\text{lot}, \text{yzhak})\}$

ניתן לוותר על הפסוקית השניה בגלל הליטרל  $\text{grandparent}(X2, Z2)$

## הסרת טאוטולוגיות

- **טאוטולוגיה** הינה נוסחא הנכונה בכל מודל

- בנוסחאות המיוצגות בצורה קנונית, טאוטולוגיה היא פסוקית המכילה ליטרלים משלימים.

למשל:  $\{P(X), \neg Q(Y), Q(Y)\}$

- טאוטולוגיות **אינן משפיעות על תוצאת תהליך הרזולוציה**, על כן ניתן להסירן.

- הליטרלים המשלימים חיבים להיות **זהים** עד כדי סימן - ליטרלים משלימים שווים תחת

האחדה אינם מהווים טאוטולוגיה.

- לדוגמא, מאוסף הפסוקיות:  $\{p(x), \neg p(a), \{p(a)\}, \{\neg p(b)\}\}$

ניתן להגיע לסתירה, אך ללא הפסוקית הראשונה לא ניתן.



## רזולוציית יחידה (unit resolution)

- זוהי רזולוצייה בה לפחות אחת משתי הפסוקיות עליהן מופעל כלל הרזולוציה הינה **פסוקיית יחידה** (unit clause) - פסוקיית בעלת ליטרל אחד.
- רזולוציית יחידה יוצרת פסוקיית בעלת מספר ליטרלים **קטן** מזה של ההורה (על כן זו יוריסטיקה שמכוונת לכיוון הנכון: מצב סופי מכיל פסוקיית באורך 0)
- אסטרטגיית רזולוציית היחידה הינה אסטרטגיה בה תמיד נבצע רזולוציית יחידה



## הסרת פסוקיות נובעות

- פסוקיית  $m$  **נובעת** (subsumed by) מפסוקיית  $n$  אם קיימת הצבה  $\Phi$  עבורה  $n\Phi \subseteq m$ . ניתן להסיר פסוקיית נובעת מבלי לשנות את תוצאת תהליך הרזולוציה.
- אינטואיטיבית - בתהליך הרזולוציה אנו נפטרים מכל הליטרלים בפסוקיית עד שלא נותרים יותר (מקבלים פסוקיית ריקה). אם נוכל להפטר מקבוצת ליטרלים, לא כל שכן נוכל להפטר מתת קבוצה שלה.
- דוגמא:  $\{p(c1), q(c2), r(Z)\}$  נובעת מ  $\{p(X), q(Y)\}$  כיוון שניתן להפוך את השניה לתת קבוצה של הראשונה ע"י ההצבה:  $\{X/c1, Y/c2\}$
- טאוטולוגיות ופסוקיות נובעות יכולות להווצר בזמן תהליך הרזולוציה, על כן כדאי לבדוק ולהסיר פסוקיות כאלו בזמן תהליך הרזולוציה.



## פסוקיות הורן (Horn Clauses)

- **פסוקיית הורן** היא פסוקיית בעלת ליטרל חיובי אחד לכל היותר.
  - ניתן להראות כי אסטרטגיית היחידה היא **שלמה לגבי קבוצת פסוקיות הורן**: היא תביא לפסוקיית הריקה אם ורק אם קבוצת הפסוקיות אינה ספיקה.
1.  $\{-brother(X1, Y1), -parent(Y1, Z1), uncle(X1, Z1)\}$
  2.  $\{-parent(X2, Y2), -parent(Y2, Z2), grandparent(X2, Z2)\}$
  3.  $\{brother(lot, avraham)\}$
  4.  $\{parent(avraham, yzhak)\}$
  5.  $\{-uncle(lot, yzhak)\}$
- 
6.  $\{-parent(avraham, Z3), uncle(lot, Z3)\}$  (1 & 3)
  7.  $\{uncle(lot, yzhak)\}$  (4 & 6)
  8.  $\{\}$  (5 & 7)



## אי-שלמות רזולוציית היחידה

- אסטרטגיית רזולוציית היחידה **אינה שלמה**. למשל, קבוצת הפסוקיות:  $\{P, Q\}, \{-P, Q\}$ . אינה ספיקה (ניתן להגיע בעזרת רזולוציה כללית לפסוקיית הריקה), אבל שימוש באסטרטגיית היחידה לבדה לא יוביל לפתרון.
- ניתן כמובן להשתמש ברזולוציית היחידה **כיוריסטיקה** - כלומר, נבצע רזולוציית יחידה כשאפשר, אחרת נבחר זוג פסוקיות שאיננו מכיל פסוקיית יחידה.



## רזולוציה לינארית (Linear resolution)

- אחת מהפסוקיות הינה הפסוקית האחרונה שנוצרה
- הפסוקית השניה הינה פסוקית מקבוצת הקלט, או שהינה ancestor של בת זוגתה.
- נקראת רזולוציה לינארית בגלל הצורה הלינארית של ההוכחה שהיא מיצרת:



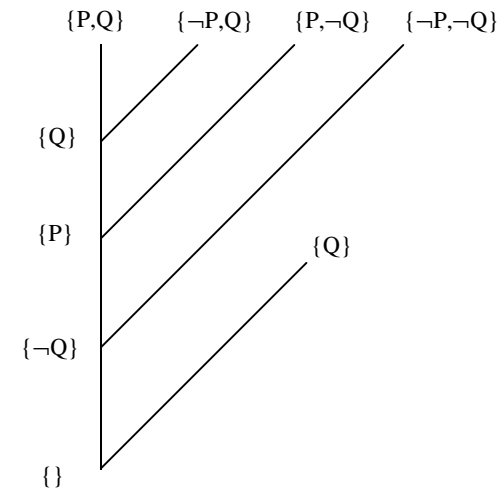
## רזולוצית קלט (input resolution)

- אחת מהפסוקיות חייבת להיות מתוך פסוקיות הקלט (כלומר הפסוקיות שנוצרו מהאקסיומות ושליטת המשפט אותו רוצים להוכיח)
- ניתן להראות שאסטרטגית רזולוצית הקלט ואסטרטגית רזולוצית היחידה הינן שקולות - כלומר, ניתן להוכיח משפט בעזרת האחת אם ניתן להוכיח אותו באמצעות השניה.
- מכאן שגם אסטרטגית רזולוצית הקלט איננה שלמה במקרה הכללי, אך הינה שלמה במקרה של פסוקיות הורן.



## הערות

- הרעיון מאחורי השיטה: ברזולוציה רגילה אנו מבזבזים זמן רב על הוכחת תוצאות ביניים שאינן קשורות למשפט.
- השיטה הינה reutation complete, כלומר ניתן למצוא בעזרתה הוכחה בדרך השלילה אם קיימת כזו.
- הפסוקית הראשונה בשרשרת נקראת הפסוקית העליונה (top clause). ניתן להראות שאם קבוצת האקסיומות חסרת סתירה, ואם שלילת המשפט גוררת סתירה, אזי קיימת רזולוציה לינארית בה הפסוקית העליונה לקוחה מתוך שלילת המשפט.



## רזולוצית קבוצת תמיכה Set of Support

- קבוצת פסוקיות A מהווה קבוצת תמיכה עבור קבוצת פסוקיות B אם A - B ספיקה.
- כיוון שבתהליך הרזולוציה אנו מנסים להוכיח שהנחת השלילה גורמת לסתירה (ולכן אינה ספיקה), קבוצת תמיכה חיונית לתהליך ההוכחה.
- אסטרטגית קבוצת התמיכה מחיבת שלפחות אחת משתי הפסוקיות עליהן מופעל כלל הרזולוציה תהיה מתוך קבוצת התמיכה, או צאצאית של קבוצת התמיכה.

- אם קבוצת האקסיומות הנתונה עקבית (חסרת סתירה), אזי ניתן להשתמש בשלילת המשפט אותו אנו רוצים להוכיח כקבוצת התמיכה.
- מעתה והלאה, כאשר אנו אומרים אסטרטגית קבוצת התמיכה אנו מתכוונים לזו המשתמשת בשלילת המשפט כקבוצת תמיכה.
- הרעיון מאחרי אסטרטגית קבוצת התמיכה: סתירה חיבת לערב את שלילת המשפט כיוון שהאקסיומות עקביות.

## דוגמא

- ההוכחה הבאה אינה משתמשת ברזולוצית קבוצת תמיכה, שכן הצעד הראשון בהוכחה מבצע רזולוציה על שתי פסוקיות השיכות לאקסיומות.

1. { $\neg$ brother(X1, Y1),  $\neg$ parent(Y1, Z1), uncle(X1, Z1)}
2. { $\neg$ parent(X2, Y2),  $\neg$ parent(Y2, Z2), grandparent(X2, Z2)}
3. {brother(lot, avraham)}
4. {parent(avraham, yzhak)}
5. { $\neg$ uncle(lot, yzhak)}

- 
6. { $\neg$ parent(avraham, Z3), uncle(lot, Z3)} (1 & 3)
  7. {uncle(lot, yzhak)} (4 & 6)
  8. {} (5 & 7)

- לעומת זו, ההוכחה הבאה משתמשת באסטרטגית קבוצת התמיכה:

6. { $\neg$ brother(lot, Z3),  $\neg$ parent(Y3, yzhak)} (1 & 5)
7. { $\neg$ parent(avraham, yzhak)} (3 & 6)
8. {} (4 & 7)

## רזולוציה סדורה

- מתנהגת כאילו כל פסוקית הינה קבוצה סדורה לינארית של ליטרלים.
- מותר לבצע רזולוציה רק על הליטרלים הראשונים של פסוקיות.
- בפסוקית שהסקנו, יהיו הליטרלים מסודרים באותו סדר כמו אצל הוריהם, כאשר הליטרלים שמגיעים מהפסוקית בעלת הליטרל החיובי קודמים לאלו של הפסוקית בעלת הליטרל השלילי (ברזולוציה).
- רזולוציה סדורה הינה refutation complete לגבי פסוקיות הורן אולם לא במקרה הכללי

1. { $\neg$ brother(X1, Y1),  $\neg$ parent(Y1, Z1), uncle(X1, Z1)}
  2. { $\neg$ parent(X2, Y2),  $\neg$ parent(Y2, Z2), grandparent(X2, Z2)}
  3. {brother(lot, avraham)}
  4. {parent(avraham, yzhak)}
  5. { $\neg$ uncle(lot, yzhak)}
- 
6. { $\neg$ parent(avraham, Z3), uncle(lot, Z3)} (1 & 3)
  7. {uncle(lot, yzhak)} (4 & 6)
  8. {} (5 & 7).

## רזולוציה מכוונת

- רזולוציה סדורה עם מגבלה על צורת האקסיומות והמשפט.
- המשפט להוכחה הינו קוניונקציה של ליטרלים חיוביים.
- האקסיומות כולן **פסוקיות מכוונות**: פסוקיות הורן בהן הליטרל החיובי מופיע משמאל או מימין.
- מתיחסים לכל פסוקית כקבוצה סדורה של ליטרלים. מותר להשתמש לרזולוציה רק בליטרל השמאלי ביותר.
- ניתן להשתמש בכלל  $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$  כדי לכתוב את הפסוקיות בצורה קריאה. לדוגמא:

פסוקית הורן { P,  $\neg$ Q,  $\neg$ R,  $\neg$ S } תכתב:  $P \leftarrow Q, R, S$

- הוכחה ברזולוציה מכוונת היא יעילה וקלה להבנה.



## דוגמא

male(john)  
 parent(sara, john)  
 parent(sara, mary)  
 parent(mary, bob)  
 $sibling(X, Y) \leftarrow parent(Z, X), parent(Z, Y)$   
 $uncle(X, Y) \leftarrow male(X), sibling(X, Z), parent(Z, Y)$

רוצים להוכיח  $uncle(john, bob)$

$male(john), sibling(john, Z), parent(Z, bob)$   
 $sibling(john, Z), parent(Z, bob)$   
 $parent(Z1, john), parent(Z1, Z), parent(Z, bob)$   
 $parent(sara, mary), parent(mary, bob)$   
 $parent(mary, bob)$

## אינטרפרטציה פרוצדורלית

- ניתן לתת לתהליך ההוכחה ברזולוציה מכוונת אינטרפרטציה פרוצדורלית:
- כדי להוכיח שגיון דוד של בוב, הוכח שגיון הוא זכר, אח"כ הוכח שהוא אח של הורה של בוב וכו'.



## יצוג באמצעות מערכות חוקים (Production Systems)

- חוק (rule) מורכב משני חלקים: - תנאי (Condition) - פעולה (Action)
- התנאי קובע מתי ניתן להפעיל את החוק
- הפעולה מתארת מה יעשה במידה והחוק אכן מופעל

```
if  
  symptom(no_start) and symptom(no_noise)  
then  
  add(system(electrical)) and add(no_power)
```



## פרולוג (Prolog)

- פרולוג היא שפת מחשבים המסתמכת על רזולוציית קלט מכוונת
- פרולוג מבצע רזולוציה בחיפוש לעומק משמאל לימין
- תכנית (בסיס נתונים) בפרולוג היא קבוצה של פסוקיות הורן.
- הפסוקיות נכתבות בצורה  $P \leftarrow Q, R, S$  ונקראות "חוקים" כאשר כל חוק מורכב מראש (P) וזנב (Q,R,S). אברי הזנב נקראים subgoals.
- משפט להוכחה נקרא שאילתא, והוא מורכב מקונוינקציה של ליטרלים (כל אחד מהם נקרא subgoal)
- כדי להפוך את פרולוג לשפת תכנות, הוסיפו לה פרדיקטים בעלי תופעות לוואי (side effects).
- לדוגמא, הפרדיקט write(X), יהיה תמיד true, אך כאשר ננסה להוכיח אותו, יודפס, כתופעת לוואי, הערך של המשתנה X.
- פרולוג היא שפת התכנות המועדפת על חוקרי הבינה המלאכותית באירופה.



## הלואה הבסיסית של מערכת חוקים

- המערכת פועלת במחזורים
- בכל מחזור
- תנאי החוקים נבדקים לעומת בסיס הידע
- אחד או יותר מהחוקים המתאימים מופעלים
- ההפעלה משנה את בסיס הידע (בד"כ הזמני) וחוזר חלילה
- יתכן ומערכת קלט תשנה את בסיס הידע (הזמני)
- יתכן ומערכת פלט תפעל כאשר תבניות מסוימות נמצאות בבסיס הידע



## מערכת חוקים (Production system)

- מערכת חוקים מורכבת מ:
  - קבוצת חוקים
  - בסיס ידע.
  - בסיס ידע קבוע
  - בסיס ידע זמני (Working memory)
  - אסטרטגיית בקרה (Control strategy)
  - תכנית מפעילה (Rule interpreter)



## הסקה קדימה לעומת הסקה אחורנית

- כמו בכל פותר בעיות ניתן להסיק מסקנות קדימה או אחורנית
- **בהסקה אחורנית** (Prolog) הפעלת חוקים נעשית בעקבות התאמת חלק הפעולה של החוק לבסיס הידע שמכיל מטרות (goals)
- **בהסקה קדימה** הפעלת חוקים נעשית בעקבות התאמת התנאים לבסיס הידע
- קימות מערכות **המשלבות** הסקה קדימה עם הסקה אחורנית.

## מערכת חוקים כפותר בעיות

- ניתן להסתכל על מערכת חוקים **כפותר בעיות** (Problem solver)
- מצב מתואר ע"י בסיס הידע (הזמני)
- החוקים הם האופרטורים שמעבירים אותנו ממצב למצב

## ידע בקרה (Control knowledge)

- מערכת חוקים מקדדת ידע על תחום מסוים
- במושגי מרחב מצבים נאמר שזהו ידע על הטופולוגיה של המרחב: לאילו מצבים ניתן לעבור מכל מצב
- ידע זה אמור להיות מספיק כדי לדעת להגיע מכל מצב לכל מצב
- מעשית לא ניתן לחפש חיפוש עיוור על מרחבים גדולים
- ידע המציע סדר מסוים על בחירת מסלולים במרחב נקרא **ידע בקרה** (Control knowledge)

## התאמה (Matching)

- פעולת ההתאמה עלולה להיות מסובכת ולצרוך הרבה זמן
- כדי לחסוך בזמן התאמה מערכות רבות משתמשות **באינדקס**
- מערכות פרולוג משתמשות באינדקס על **שמות הפרדיקטים**, ובד"כ גם באינדקס על **הארגומנט הראשון**.
- אלגוריתם **RETE** בונה רשת שצמתיה הן תנאים של חוקים
- תנאי שמופיע ביותר מחוק אחד יחושב רק פעם אחת

## ישום של ידע בקרה באמצעות חוקים

- ידע בקרה יכול להיות מהסוגים הבאים:
- ידע על **העדפת מצבים** על פני אחרים
- ידע על **העדפת חוקים** על פני אחרים
- ידע על **סדר מועדף** לביצוע תתי-מטרות (או להתאמת תנאים)
- ידע על **שרשראות** של חוקים שכדאי להפעיל
- כל סוגי הידע ניתנים ליצוג באמצעות חוקים
- חוקים כאלה הם **על ידע** (הם מדברים על חוקים אחרים), לכן הם נקראים **חוקי-על meta-rules**

## הסקת מסקנות באי ודאות

- לעתים אנו יודעים נכונות תנאים רק **בקירוב** (או בודאות לא מוחלטת)
- במקרים כאלו נרצה להסיק מסקנות בוודאות לא מוחלטת
- קיימות מספר שיטות להסקת מסקנות הסתברותית
- מקדמי ודאות (Certainty factors)
- רשתות בייס (Bayesian networks)
- תאוריית דמפסטר-שפר (Depmpster-Shafer theory)

## מערכות מומחה (Expert Systems)

- הגדרה: **מערכת מומחה** היא תכנית מחשב המבצעת משימות המבוצעות בדרך כלל ע"י **מומחה אנושי**.
- תכונות אפייניות למערכות מומחה
  - בעלות **ידע ספציפי** בתחום צר
  - כמות **גדולה** מאד של ידע
  - נדרשות **למנגנוני הסקה מהירים**
  - נדרשות **ליכולת להסביר** את "ההגיון" מאחורי תשובותיהן
  - ידע מיוצג בצורה המובנת למומחים שאינם אנשי מחשב
  - **ידע מודולרי** - קל להוסיף ולמחוק ידע
  - מיושמות בדרך כלל ע"י **מערכות חוקים**

## אנליזה לעומת סינטזה

- רוב מערכות המומחה מבצעות **אנליזה** - דיאנוזה של מחלות, אבחון תקלות וכו
- מתחילות עם קבוצה גדולה של אפשרויות **ומצמצמות** אותה
- קיימות מערכות מומחה המבצעות **סינטזה**
- מתחילות עם **אבני בנין** ומרכיבות אותן לקבלת מבנה נתון

## MYCIN - מבקשת בדיקות מעבדה ומנתחת אותם באמצעות חוקים כמו:

- IF
1. The gram stain of the organism is gramneg, and
  2. The morphology of the organism is rod, and
  3. The aerobicity of the organism is anaerobic

THEN  
There is a suggestive evidence (0.6) that the identity of the organism is bacteroides

## MYCIN מכילה גם חוקים להמלצה על טיפול כגון:

- IF
1. The therapy under consideration is one of:cephalotin clindamycin erythromycin lincomycin vancomycin, and
  2. Meningitis is an infectious diseases diagnosis for the patient

THEN  
the therapy under consideration is not potential therapy for use against the organism



## Mycin

- מערכת מומחה המבצעת אבחנה וממליצה על טיפול במחלות זיהומיות

- משמשת **כיועצת** לרופא שאינו מומחה במחלות זיהומיות

- משתמשת במקדמי ודאות כדי לתמוך בהסקת מסקנות באי ודאות.

- משתמשת בהסקה לאחור כדי לגלות את מקור הזיהום, ובהסקה לפנים כדי למצוא תרופה



## דוגמא לאינטראקציה של MYCIN

1. Patient's name: (first-last)  
\*\*FRED BRAUN
2. Sex  
\*\*M
3. Age  
\*\*55  
(Questions 1-3 request background patient data.)
4. Are there any cultures for Fred Braun which may be related to the present illness, and from which organisms have been grown successfully in the microbiology laboratory?  
\*\*Y

-----CULTURE - 1-----

5. From what site was the specimen for CULTURE - 1 taken ?

\*\*BLOOD  
= BLOOD (System correct typing error)

6. Please give the date and time when CULTURE-1 was obtained. (mo/day/yr time)

\*\*Jun 20, 1977

The first organism isolated from the blood culture of 20-JUN-77 (CULTURE-1) will be referred to as:

-----ORGANISM-1-----

7. Enter the laboratory-reported identity of ORGANISM-1:

\*\*UNKNOWN (Typical identity is not yet known.)

8. The strain (gram or Ziehl-Neelsen acid-fast) of ORGANISM-1:

\*\*NEG (Preliminary lab results give some clues.)

9. Is ORGANISM-1 rod or coccus (etc.)

\*\*ROD

10. What is the form of the individual organisms (e.g., lancet-shaped for cocci, fusiform for rods, etc.)?



## ביצועי MYCIN

- MYCIN נבחנה על מבחר גדול של מקרים רפואיים

- ביצועי המערכת היו שקולים לביצועי מומחה אנושי

- ביצועי המערכת היו טובים בהרבה מביצועי תלמידי רפואה ורופאים כלליים.



## \*\*FUSIFORM

(... more questions follow in order to gather sufficient information to infer the identity and significance of the infecting organisms...)

23. What is the suspected portal of entry of the gramneg rod from the blood culture of 20-JUN-77 (ORGANISM-1) into this sterile site?

\*\*GI(6) (User indicates the uncertainty of his response.)

24. Is Fred Braun a burn patient?

\*\*N

25. Is Fred Braun a compromised host (e.g. alcoholic, sickle-cell disease, immunosuppressed)?

\*\*N

26. Is Fred Braun febrile?

\*\*Y

(... after about 50-60 questions, MYCIN prints the diagnostic hypotheses on which therapy will be based ...)

My therapy recommendations will be designed to treat for organisms that are either likely or, although less likely, would have a significant effect on therapy selection if they were present. It is important to cover for the following probable infection(s) and associated organism(s):

INFECTION-1 is BACTERMIA

<ITEM-1> E.COLI[ORGANISM-1]

<ITEM-2> KLEBSIELLA[ORGANISM-1]

<ITEM-3> ENTEROBACTER[ORGANISM-1]

<ITEM-4> KLEBSIELLA-PNEUMONIAE[ORGANISM-1]



## הסברים במערכות מומחה

- פעמים רבות אנשים אינם מוכנים לקבל עצה מהמחשב אלא אם כן הם מבינים כיצד הוא הגיע למסקנה
- שני סוגי הסברים עיקריים בתשובה לשאלות:
- "מדוע" : מדוע דרושה לך (למחשב) האינפורמציה שביקשת?
- "כיצד" : כיצד הגעת למסקנה זו?
- ניתן לענות על שאלות כאלו באמצעות מעקב על עץ ההוכחה



## R1 (XCON)

- מערכת לתיכנון קונפיגורציות של מחשבי VAX
- מבצעת סינטזה - מרכיבה מערכת שלב אחרי שלב.
- משתמשת בהסקה לפניים
- משמשת את DEC באופן מעשי להרכבת רוב המערכות שלה
- ב-1984 הכילה 4000 חוקים

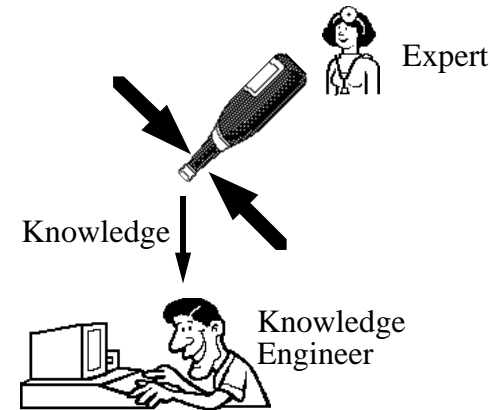


## פתרונות:

- בניית כלים המקילים על קידוד הידע
- בניית תכניות הרוכשות את הידע בצורה אוטומטית (למשל מתוך דוגמאות)



## רכישת ידע (Knowledge acquisition)



- מערכות מומחה דורשות ידע רב (אלפי חוקים)
- ספק הידע הוא בדרך כלל אדם שזמנו יקר (מומחה)
- הידע לא נמצא בדרך כלל בצורת חוקים (לפחות לא במודע)
- רכישת הידע דורשת לפחות שני מומחים: מומחה בתחום ומומחה במדעי המחשב/ מערכות מומחה (נקרא מהנדס ידע)
- התהליך בו יושבים השניים ו"חולבים" את הידע נמשך בדרך כלל שנים
- תופעה זו ניקראת "צוואר הבקבוק של רכישת הידע"



## יתרונות וחסרונות של מערכות מומחה

- + מסוגלות להגיע לביצועים טובים בגלל רמת התמחותן
- חסרות ידע כללי
- קשה מאוד להכניס את הידע
- + אולם לאחר שמכניסים אותו קל לשכפלו



## כלים לכתיבת מערכות מומחה (Expert System shells)

- כלים לכתיבה, עדכון והרצה של מערכות מומחה
- אדיטורים גרפיים לכתיבת חוקים
- מנגנונים להסקה קדימה ואחורה
- מנגנוני הסבר
- מנשקים עם חמרה ותכנה חיצוניים
- תמיכה ביצוג ידע מתקדם - מערכות מסגרת

