

דף עזר להרצאה 3- שיטה פרימאלית דואלית

כיסוי קבוצות- בעית תכנות בשלמים

$$\min \sum_{s \in S} c(s) x_s$$

$$\text{subject to } \sum_{s: e \in S} x_s \geq 1 \quad \forall e \in U$$

$$x_s \in \{0,1\} \quad \forall s \in S$$

בעית הרלקסציה

$$\min \sum_{s \in S} c(s) x_s$$

$$\text{subject to } \sum_{s: e \in S} x_s \geq 1 \quad \forall e \in U$$

$$x_s \geq 0 \quad \forall s \in S$$

בעיה דואלית

$$\max \sum_{e \in U} y_e$$

$$\text{subject to } \sum_{e: e \in s} y_e \leq c(s) \quad \forall s \in S$$

$$y_e \geq 0 \quad \forall e \in U$$

תכנות לינארי

- פתרון פיזיבילי הוא פתרון שמקיים את כל אילוצי ה subject to
- פתרון אופטימלי הוא פתרון פיזיבילי שעונה על דרישת האקסטרמום

תנאי השלמת עודפים רגיל

בהנתן הבעיות הלינאריות הדואליות

$$\min \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\min \sum_{i=1}^m b_i y_i$$

$$\text{subject to } \left\{ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \right\}_{i=1}^m$$

$$\text{subject to } \left\{ \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i \leq c_j \right\}_{j=1}^n$$

$$\left\{ x_j \geq 0 \right\}_{j=1}^n$$

$$\left\{ y_i \geq 0 \right\}_{i=1}^m$$

מתקיים עבור פתרונות אופטימליים x, y ש

• ערכי פונקצית המטרה שווים

• וגם:

$$\forall j \in [n] \quad x_j \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i - c_j \right) = 0$$

$$\forall i \in [m] \quad y_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i \right) = 0$$