8.11.2010

הארכה של מ״ן – הכללה רכיבית.

(*) There is a winning strategy for player II for the game with k moves

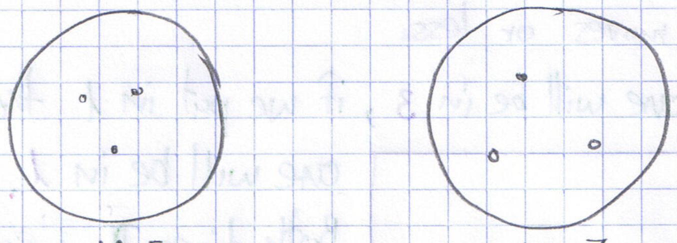
Theorem:

$[n]=\{1,\dots,n\} \sim_k [m]=\{1,\dots,m\}$

סימון ל-(*)

$\Longleftrightarrow$

$k \le \min\{m,n\}$ or $m=n$.



$n=5$ $m=7$

Theorem:

$([r],[m]) \sim_k ([r'],[m'])$

$\Longleftrightarrow$

$m'=5$ $m=7$

① $\begin{cases} k \le \min\{r,r'\} \text{ or } r=r' \\ \text{and} \\ k \le \min\{m-r, m'-r'\} \text{ or } m-r=m'-r' \end{cases}$

another condition:

②
1. $r=r'$ and $m-r=m'-r'$
2. or: if $r \ne r'$ then there is a way if $k \le \min\{r,r'\}$
3. or: if $m-r \ne m'-r'$ then there is a way if $k \le \min\{m-r, m'-r'\}$

דוג׳ – משחק על גרפים לינאריים:

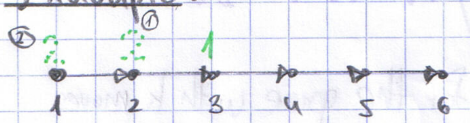
We have m/m' elements connected to each other

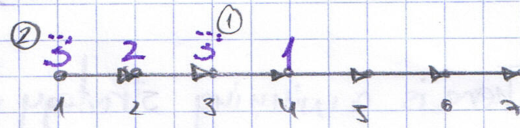
m elements — $m=5$ m' elements — $m'=7$

if $k \le \min\{\log m, \log m'\}$ then II wins.

Example:

(השאלה המקבילית - כל i מעובר לכל j קטן ל j גדול).



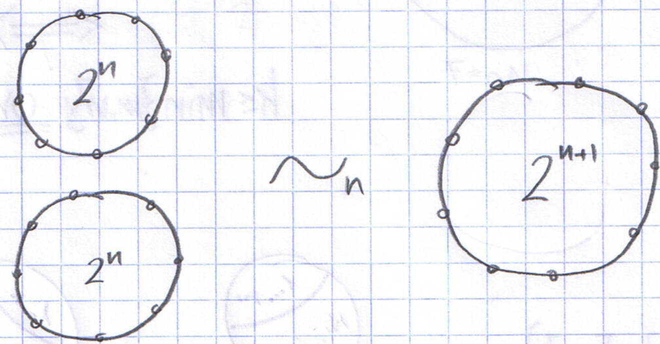


II wants to win in 3 moves or less.

if we put in 2 the next one will be in 3, if we put in 1 the next one will be in 1.

Both times II wins.

שחקן I מנסה לשחק
II צריך לענות כמו הוא
מנסה להגיע למקום
הראשון, כשהוא מחליט כי שחקן II הגיע במקום 2



For this game we have a winning strategy in n moves.

A,B two structures:

$A \sim_k B$ There is a winning strategy for II in k moves

$A \equiv_k^{FOL}$ For every $FOL(\tau)$-sentence φ of quantifier rank k, $A \models \varphi \iff B \models \varphi$.

Theorem: (Fraissé-Ehrenfeuch -1954)

$$A \equiv_k^{FOL} B \iff A \sim_k B$$

Conclusion:

Connected not defined in FOL on graph on finite structures.

מסקנה:

קשירות אינה מוגדרת בלוגיקה מסדר ראשון על גרף מספר סופי.

Theorem:

There is no query Q in DRC such $(a,b) \in Q \iff (a,b)$ in the transitive closure of R.

(R גרף קשיר)

R connected $\iff$ for every a,b $(a,b) \in TRC$

$$\forall x,y\,[(x \neq y) \rightarrow \varphi(x,y)]$$

! $\varphi(x,y)$ - הנוסחה שאומרת האם (x,y) מקיימים סגור טרנזיטיבי. אך יש מניעה
יכולה להיות נכונה בכיוון שכפי שאמרנו לא ק"מ — שנוסחה שתחזיר תשובה שלאחר
האם הגרף קשיר אך מה שניתן שנוסחה שבודקת — טרנזיטיביות — ניתן לבנות שנוסחה
שתחזיר האם הגרף קשיר. ולכן גם שנוסחה שבודקת סגור טרנזיטיבי מניעה אפשרית.

In databases, structures are ordered by implementation. We want queries to be independent of this order.

Proposition:

Even/odd are not definable in FOL.
Meaning, there is no FOL-sentence φ_{even} such that $A \models \varphi_{even}$ $\iff$ A has an even number of elements.

Data Complexity.

Datacomplexity for query Q.
Input: D databases + tuple
Output: yes/no for $(D,\bar{a}) \models Q(\bar{a})$

How difficult is this? Polynomial time, logaritmic space.

Datacomplexity for DRC is logaritmic space and polynomial time.

The implementation order (independant) in Datalog queries are in polynomial time, and Datalog is complete for implementation order independant Polynomial time queries.

TRC - Algebra.

The implementation order independant TRC queries are in N-log space and is complete for N-log space queries.

Complexity of FOL\DRC.

Atomic formulas random access

$Cost(\varphi(x) \wedge \psi(y)) = Cost(\varphi) + Cost(\psi)$

$\exists x, \varphi(x,y)$ $\quad\quad$ $n \cdot cost(\varphi)$