15/11/10
הרצאה 4
(מסד נתונים)

בס"ד
1

בשבוע שעבר ראינו:

- 2 בעיות שאינן גדירות ב-RA (DRC, FOL):
  - סגור טרנזיטיבי
  - זוגיות (זוגי או לא)

- הסדר שנובע מהמימוש יכול לשמש לנו בשאילתות, אך בשביל להוכיח צריך לא להסתמך על הסדר. Order Independent Query.
- זוגיות היא מוגדרת בלי תלות במימוש בשפת RA + סגור (TC) טרנזיטיבי

Translation Schemes in FoL — סכמות תרגום ב-FOL.

Views in Database

- נראה משהו שידוע כבר הרבה זמן, אך רק לאחרונה הבינו את חשיבותו.

הגדרה: מבט (View)

יש לנו DB: $R_1[\bar{A}_1], R_2[\bar{A}_2], \ldots$

במקרה ונרצה לבנות DB מהנתונים, שבה טבלאות וירטואליות:

מבטים: $V_1[\bar{B}_1], V_2[\bar{B}_2], \ldots, V_k[\bar{B}_k]$

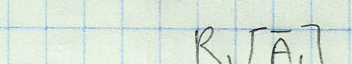
את השאילתות המשתמש יכתוב "על" המבט.

המעבר מ-DB למבט הוא מקרה פרטי של סכמת תרגום.

← שאילתה בנוגע למבט: $Q[V_1, \ldots, V_k]$

אנחנו רוצים להמירה לשאילתה בנוגע ל-DB: $\tilde{Q}[R_1, \ldots]$

← נסתכל על מילה מעל $\{0,1\}$: $w=1001011$, נרצה להסתכל עליה כמבנה, $n=|w|$; $\{1,\ldots,n\}=[n]$.



$A_w = \langle [n], <_{nat}, P_0, P_1 \rangle$ $\qquad$ $P_i = \{ j \in [n] \mid w[j] = i \}$

$[n]$: עולם universe
$<_{nat}$: יחס בינארי סדר
P_0: אוסף מיקומי ה-0 ב-w
P_1: אוסף מיקומי ה-1 ב-w

כעת ניתן לכתוב שאילתות על A_ω.

לדוגמא, כדי לבדוק אם ω מהצורה 0^*1^*:

all 0

or

all 1

or

there is j s.t. $\forall k\ (k \le j \rightarrow P_0(k) \wedge k > j \rightarrow P_1(k))$

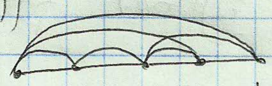
[אין מילה ריקה, כי אין מבנה ריק בלוגיקה. ניתן לעשות [illegible] כדי לקבל גם אותה.]

(*) השאילתות אמנם לא הכי פשוטות, אך תמיד עדיף להתחיל ממה שפשוט ונכון, ולפשט משם.

← נגדיר גרף:

$E_\omega(j, k)$ is true iff $(P_0(j) \wedge P_1(k)) \vee (P_0(k) \wedge P_1(j))$

(מתוך מבנה A_ω)



0 1 0 1 1

{נרצה לחבר כל 0 עם 1}

ב-DB זה היה נראה:

P_0	P_1
1	2
3	4
	5

$P_0(j) \wedge P_1(k) \Rightarrow P_0 \times P_1$

$P_0(k) \wedge P_1(j) \Rightarrow P_1 \times P_0$

$\Longrightarrow P_0(j) \wedge P_1(k) \vee P_0(k) \wedge P_1(j) \Rightarrow (P_0 \times P_1) \cup (P_1 \times P_0)$

תוכן המבנה:

E_ω	
1	2
1	4
1	5
3	2
3	4
3	5
2	1
4	1
5	1
2	3
4	3
5	3

15/11/10
הרצאה 4
(מס' 3 בעיניים)

דוגמא: מספרים מרוכבים ($\mathbb{C}$) כמודל של מס' ממשיים ($\mathbb{R}$)

$$\text{Real} = \langle \mathbb{R}, +_R, \cdot_R, 0_R, 1_R, <_{nat} \rangle$$

עולם   יחסים טרינריים   יחס בינארי

$$\text{Complex} = \langle \mathbb{C}, +_{com}, \cdot_{com}, 0_{com}, 1_{com} \rangle$$

$(\mathbb{R}^2)$

יחס טרינארי   יחס מגלל

ציגות. ולכן 6-nary

נגדיר $z=(x,iy)$ $\quad z\in\mathbb{C}$

$$z+z' = (x,iy)+(x',iy') = (x+x', (y+y')i)$$

$$+_{com} = \{(x,x',y,y',u,v)\in\mathbb{R}^6 \mid u=x+x' \wedge v=y+y'\}$$

(תרגום ליחסים:

$$(A_{com}=) \quad +_{com} = \{(x,x',y,y',u,v)\in\mathbb{R}^6 \mid (A(x,x',u) \wedge A(y,y',v))\}$$

$$(x,iy)(x',iy') = (xx'-yy', i(xy'+x'y))$$

$$\cdot_{com} = \{(x,x',y,y',u,v)\in\mathbb{R}^6 \mid (u=xx'-yy' \wedge v=xy'+yx')^{(*)}\}$$

(*) לתרגם ליחסים - תרגיל בית

$$0_{com} = (0_R, 0_R)$$
$$1_{com} = (1_R, 0_R)$$

וכך בעצם הגדרנו את $\mathbb{C}$ כמודל של $\mathbb{R}$.

הגדרה: סכמת תרגום (Translation Scheme)

$$\Phi = \langle \varphi_{universe}, \psi_{v_1}, \psi_{v_2}, \dots, \psi_{v_k} \rangle$$

יחסים

(*אין קבועים או פונק' לבינתיים)
- היחסים כתובים בשפה מבנה המקור + ≈ (שוויון)
- מס' המשתנים פה יחס מגדיר את מבנה היעד.

דוגמא:

Source: words $\langle [n], <_{nat}, P_0, P_1 \rangle$ נוסחה שמגדירה את E

Target: graph $\langle [n], E(-,-) \rangle$

$$\Phi_{w-g} = \langle x=x, \varphi_E(x,y) \rangle$$

נוכל להגדיר פונק'

$$\Phi^{*} : \underset{\text{(Vocabulary } \tau)}{\text{Source Structures}} \longrightarrow \underset{\text{(Vocabulary } \sigma)}{\text{Target Structures}}$$

for DB-Scheme R	DB Schemes $\bar{V}$
for τ - Structures (τ-dictionary)	for σ - Structures, σ - Vocabulary

Source $A = \langle U, R_1, \ldots, R_n \rangle$

Target $B = \langle U_B, V_1^B, \ldots, V_m^B \rangle$

$U_B = \{ \bar{x} \in U^R : (A, \bar{a}) \models \varphi_{universe}(\bar{a}) \}$

$V_1^B = \{ \bar{y} \in U^? : (A, \bar{a}) \models \Psi_{V_1}(\bar{y}) \}$

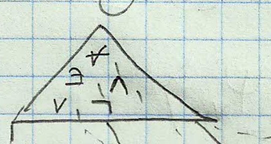
$$\begin{array}{ccc} \tau\text{- Structures} & \xrightarrow{\Phi^{*}} & \sigma\text{- Structures} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \tau\text{- formulas} & & \sigma\text{- formula} \end{array}$$

אנחנו רוצים בהינתן שאילתה $\theta(\bar{x})$, מנוסחת מעל מבנה σ, לתרגם אותה לשאילתה מעל τ.

__תזכורת:__ פירוק DB: $R[A,B,C] \longrightarrow R_1[A,B] \ R_2[B,C]$
אפשרי רק אם יש תלות פונק'. למשל: $R_2 = \pi_{B,C}(R)$ $R_1 \doteq \pi_{AB}(R)$.

נסתכל על θ כעל עץ:

θ



נוסחאות אטומיות

עלים $\longrightarrow$ $E(x_1, x_2)$ $x_1 = x_2$ $E(x_3, x_2)$

אם העץ רק נוסחאות אטומיות,
הרי שמוגדר ע"י Ψ_E. שאין לו משתנה.
והגדרה אינדוקטיבית: נחליף את $\Psi_E(x,y)$ ב-$\Psi_E(x', x'')$ כאשר x', x'' הם
המשתנים (לדוגמא $\Psi_E(x_1, x_2)$).
למעשה יש לנו תרגום מ-σ ל-τ. (נסמן פונק' זו ב-$\Phi^{\#}$)

15/11/10
הרצאה 4
(מנועים) [illegible]

דוגמא:

Source: $\langle D, R(x,y,z) \rangle$

Target: $\langle D, R_1(x,y), R_2(y,z) \rangle$

$$\Phi := \langle x=x \,,\; \exists z\, R(\underbrace{x,y}_{\text{free}},z) \,,\; \exists x\, R(x,\underbrace{y,z}_{\text{free}}) \rangle$$

$$R[A\ B\ C] \rightsquigarrow \langle \Pi_{A,B} R \,,\, \Pi_{B,C} R \rangle$$

$$\Theta(x,y,z) = R_1(u,v) \wedge R_2(v,w)$$

$$\exists z R(x,y,z)\Big|^{x,y}_{u,v} \wedge \exists x\, R(y,z)\Big|^{y,z}_{v,w}$$

$$\Downarrow$$

$$\exists z R(u,v,z) \wedge \exists x R(x,v,w)$$

הל:

$$\begin{array}{ccc} & \wedge & \\ R_1(x,y) & & R_2(y,z) \end{array}$$

תזכורת: משמר מידע:

$$R \overset{\Phi}{\rightsquigarrow} \underset{\Pi_{AB}R}{R_1} \,,\, \underset{\Pi_{BC}R}{R_2} \overset{R_1 \bowtie R_2}{\rightsquigarrow} \bar{R}$$

משמר מידע $\Leftrightarrow$ $\bar{R} = R$.

הגדרה אינדוקטיבית:

- אטומים: החלף ע"י ההגדרה של Φ עם ההצבות משתנים.
- $\neg, \vee, \wedge$: $\Phi^\#(\varphi_1 \overset{(\vee)}{\wedge} \varphi_2) \equiv (\Phi^\# \varphi_1 \overset{(\vee)}{\wedge} \Phi^\# \varphi_2)$

$$\Phi^\#(\neg \varphi_1) \equiv \neg \Phi^\#(\varphi)$$

- $\exists x$: $\Phi^\#(\exists x \varphi_1) \equiv \exists x' \Phi^\#(\varphi_1)$

משפט: $\Phi^\#(A) \models \Theta \iff A \models \Phi^\#(\Theta)$

$\Leftarrow$ נגדיר מחדש:

הפירוק משמר מידע: אמ"מ:

$$\forall u,v,w \left[\exists z R(u,v,z) \wedge \exists x R(x,v,w) \Leftrightarrow R(u,v,w)\right]$$

משפט: פירוק: $R[A\ B\ C] \rightsquigarrow \begin{array}{l} R_1[A\ B] = \Pi_{AB} R \\ R_2[B\ C] = \Pi_{BC} R \end{array}$ משמר מידע

אמ"מ $R = R_1 \bowtie R_2$

אמ"מ $A \to B \vee C \to B$