תרגיל כיתה מס' 6

משתני מפה, שערים לוגיים וחישובי השהיה

משתני מפה (map entered variables)

לעתים עבור צרוף כניסה מסוים ערך הפונקציה אינו קבוע (0 או 1), אלא תלוי בערכו של משתנה חיצוני.

לדוגמא:

Z\XY	00	01	11	10
0	0	A	A	C
1	B	1	Φ	B'

כאשר $xyz = 110$ יהיה ערך הפונקציה שווה לערכו של המשתנה החיצוני A וכך הלאה.

נרצה למצוא את הביטוי של הפונקציה בתלות בכל ששת המשתנים (כולל B,A ו-C).

תהליך הפישוט

1. נגדיר את המשתנים במפה כ-0 ונמצא כיסוי מינימלי למפה הנוצרת.
2. למשתנה מסוים במפה :
   מגדירים אותו כ-1, את יתר המשתנים כ-0 ואת האחדים (המקוריים) כ- Φ .
   מוצאים כיסוי מינימלי למפה הנוצרת וכופלים במשתנה.
3. חוזרים על 2 עבור כל אחד מהמשתנים, כאשר בכל השלבים בתהליך הפישוט, משתנה והמשלים שלו נחשבים כשני משתנים שונים.
4. הכיסוי המינימלי יהיה סכום כל הביטויים שהתקבלו.

<u>לדוגמה, זהו תהליך הפישוט עבור המפה המופיעה בעמוד הקודם</u> :

שלב 1 :

Z \ XY	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	1	Φ	0

מתקבל : YZ

שלב 2 : מתבצע עבור המשתנה A

Z \ XY	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	Φ	Φ	0

מתקבל : AY

שלב 3 : מתבצע עבור המשתנה B

Z\XY	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	Φ	Φ	0

מתקבל : BX'Z

שלב 4 : מתבצע עבור המשתנה 'B :

Z\XY	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	0	Φ	Φ	1

מתקבל : B'XZ

שלב 5 : עבור C :

Z\XY	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	0	Φ	Φ	0

מתקבל : CXY'Z'

שלב 6 : הכיסוי המינימלי הוא סכום כל הביטויים שהתקבלו

$f = YZ + AY + BX'Z + B'XZ + CXY'Z'$

<u>דוגמא נוספת</u>:

Z\XY	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	A	B	AB	A+B

<u>פתרון</u>:

נחליף את המכפלה AB במשתנה C שאינו תלוי ב-A או ב-B:

Z\XY	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	A	B	C	A+B

שלב 1:

Z\XY	00	01	11	10
0	1	0	1	0
1	0	0	0	0

מתקבל: X’Y’Z’+XYZ’

שלב 2: עבור A

Z\XY	00	01	11	10
0	Φ	0	Φ	0
1	1	0	0	1

מתקבל: AY’Z

שלב 3: עבור B

Z\XY	00	01	11	10
0	Φ	0	Φ	0
1	0	1	0	1

מתקבל: B(X’YZ+XY’Z)

שלב 4: עבור C

Z\XY	00	01	11	10
0	Φ	0	Φ	0
1	0	0	1	0

מתקבל: CXY

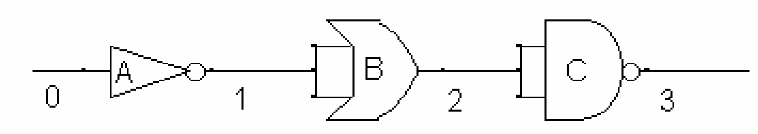
← בסה״כ: f =X’Y’Z’+XYZ’+AY’Z+B(X’YZ+XY’Z)+ABXY

<u>זמני השהיה</u>

חישוב זמני השהיה לאורך מסלול מסוים t_{pHL}, t_{pLH} מתייחסים תמיד לשנוי <u>במוצא</u>.

לכן – תמיד מתחילים מהסוף!

<u>דוגמא</u>: מעוניינים לחשב t_{pHL} עבור המסלול הבא:



השינוי הנדרש בנקודה 3 הינו $0 \rightarrow 1$ (HL) ולכן נשתמש בזמן $t_{pHL}(C)$.

כדי ששינוי זה יתקבל במוצא של הרכיב C, השינוי שצריך להתרחש בכניסות שלו הוא $1 \rightarrow 0$.

ניתן לראות כי במקרה זה הכניסות של הרכיב C הן המוצא של B (נקודה 2). כלומר, השינוי הנדרש במוצא של B הוא שינוי $1 \rightarrow 0$ (LH) ולכן נשתמש בזמן $t_{pLH}(B)$.

← שימו לב: רכיב C קבע איזה זמן רלוונטי עבור B !!!

כדי שיהיה שינוי $1 \rightarrow 0$ במוצא של B (נקודה 2) צריך שינוי $1 \rightarrow 0$ בכניסות של B (נקודה 1).

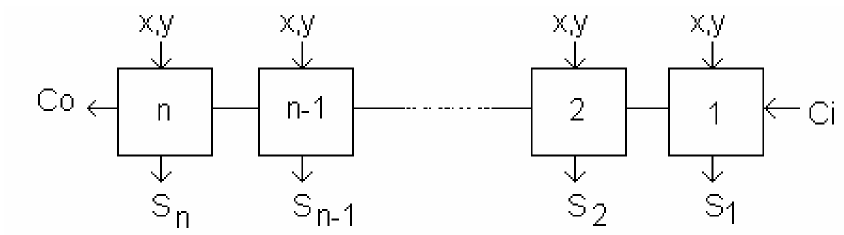
כלומר, במוצא של A דרוש שינוי $1 \rightarrow 0$ ולכן נשתמש בזמן $t_{pLH}(A)$. שוב, אין זה משנה <u>מהו</u> רכיב A כי רכיב B קובע באיזה זמן אנו משתמשים.

בסה"כ נקבל:

$$t_{pHL}(0 \rightarrow 3) = t_{pHL}(C) + t_{pLH}(B) + t_{pLH}(A).$$

<u>חישוב השהיה עבור מערכת צירופית</u>

נדגים ע"י חישוב ההשהיה המקסימלית עבור המערכת הצירופית הבאה:



צריך לבדוק את <u>כל</u> המסלולים ולבחור בזה שזמן ההשהיה שלו הוא המקסימלי. כאן קיימים $n+4$ **מסלולים שונים** וצריך לבדוק את **כולם**.

n התאים הינם זהים לכן יש לבדוק בסך הכול 5 טיפוסים:

$$\begin{array}{ll}
(0) & x,y(j)\rightarrow S(j) \qquad\qquad j=1..n \\
(1) & x,y(1)\rightarrow C_i(2)\rightarrow C_i(3)\rightarrow..\rightarrow C_i(n-1)\rightarrow C_i(n)\rightarrow C_o(n) \\
(2) & C_i(1)\rightarrow C_i(2)\rightarrow C_i(3)\rightarrow..\rightarrow C_i(n-1)\rightarrow C_i(n)\rightarrow C_o(n) \\
(3) & x,y(1)\rightarrow C_i(2)\rightarrow C_i(3)\rightarrow..\rightarrow C_i(n-1)\rightarrow C_i(n)\rightarrow S(n) \\
(4) & C_i(1)\rightarrow C_i(2)\rightarrow C_i(3)\rightarrow..\rightarrow C_i(n-1)\rightarrow C_i(n)\rightarrow S(n)
\end{array}$$

עבור n גדול מספיק המסלולים מטיפוס (0) אינם מעניינים.

כל אחד משאר המסלולים יכול להיות הארוך ביותר.

מתקבל:

$$t_{pd}=MAX\{t_{pd}(x,y\rightarrow C_o),\ t_{pd}(C_i\rightarrow C_o)\}+(n-2)t_{pd}(C_i\rightarrow C_o)+MAX\{t_{pd}(C_i\rightarrow S),\ t_{pd}(C_i\rightarrow C_o)\}$$

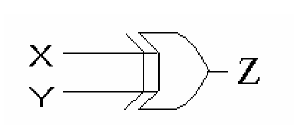
<u>השהיה של פונקציה צירופית</u>

זמן ההשהיה תלוי במימוש (המעגל) ולא בלוגיקה (טבלת האמת).

זמן ההשהיה עבור כניסה ספציפית מוגדר כזמן שנדרש מרגע שכניסה זו משתנה ועד שמוצא המערכת משתנה בהתאם. כל זאת, כאשר כל שאר הכניסות נותרות ללא שינוי!!

יתכן זמן השהיה שונה מכניסה מסוימת למוצא בהתאם לערך (שנותר קבוע) ביתר הכניסות. מצב זה יתכן אפילו עבור רכיב בודד.

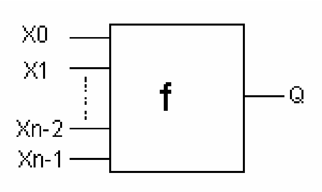
<u>לדוגמא</u>:



XOR הינו בעל שני זמני השהיה $x\rightarrow z$ אפשריים בהתאם לערך הכניסה הנוספת y.

כלומר יש $t_{pd}(y=0,x\rightarrow z),\ t_{pd}(y=1,x\rightarrow z)$ (למעשה יש 4 זמנים שונים כי יש HL וגם LH).

זמני ההשהיה מכניסה מסוימת נקבעים עפ"י <u>המקרה הגרוע ביותר</u>. כלומר, צריך לבדוק את כל האפשרויות ליתר הכניסות ולבחור בזמן הגדול ביותר.
הגדרה זו אינה תלויה במימוש של הפונקציה וניתן לבדוק השהיה גם כאשר הפונקציה נתונה כ"קופסא-שחורה".



כדי לבדוק השהיה מהכניסה x_0 צריך לבדוק 2^{n-1} הצבות שונות ליתר המשתנים ואת המעברים $0 \to 1,\ 1 \to 0$ עבור כניסה זו. חלק מהמעברים מתאימים למעבר HL במוצא, חלק למעבר LH במוצא וחלק כלל אינם גורמים לשינוי במוצא (אם כי תמיד יתכן hazard).
קל לראות על גבי מפת הקרנו איזה ערכים צריכים להיות ביתר הכניסות כדי ששינוי מסוים יתרחש.

<u>לדוגמא</u>:

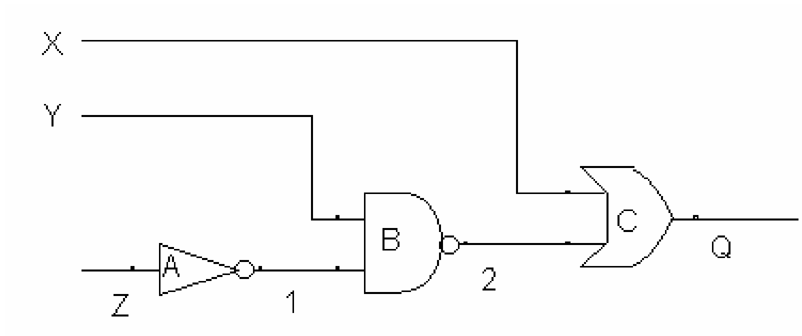
$x \backslash yz$	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	0	1	1	1

המעברים המסומנים הינם מעברים של המשתנה x הגוררים מעבר HL במוצא.
מכאן שהמעברים אותם צריך לבדוק כדי למצוא זמן השהיה $t_{pHL}(x \to Q)$ הינם:
$000 \to 100,\ \ 111 \to 011$.

<u>מציאת ההשמה מהמסלול ופסילת מסלולים "לא-חוקיים"</u>

ניתן למצוא את הערכים של יתר הכניסות גם ע"י מעבר על המסלול אותו אנו בודקים.

<u>לדוגמא</u>:



נניח כי אנו מחפשים $t_{pHL}\left(z \to Q\right)$.

כדי ששינוי במוצא B יגרור שינוי במוצא C (שער OR), הערך בכניסה השניה חייב להיות '0'

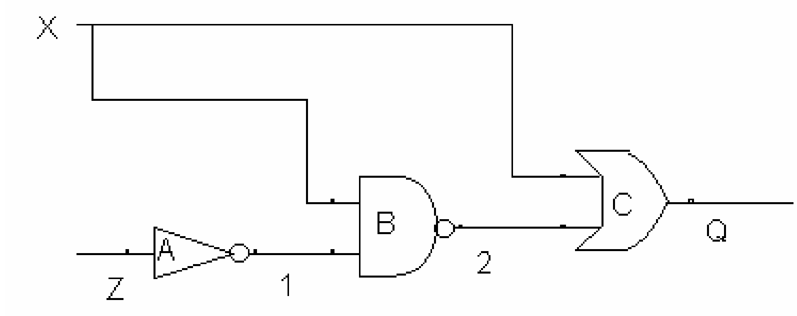
(כלומר, x=0): כי אם יתקיים $\left(x=1\right)$ אז הערך במוצא C יהיה תמיד '1', ללא כל תלות במוצא B.

באופן דומה נקבל כי $y=1$, אחרת מוצא B הינו 1 ללא תלות במוצא A.

מעבר HL במוצא Q דורש מעבר HL בנקודה (2), מעבר LH בנקודה (1) ומעבר HL בכניסה Z.

כלומר המעבר הנדרש הינו $XYZ: 011 \to 010$.

אם, לעומת זאת, נניח כי המעגל הוא:

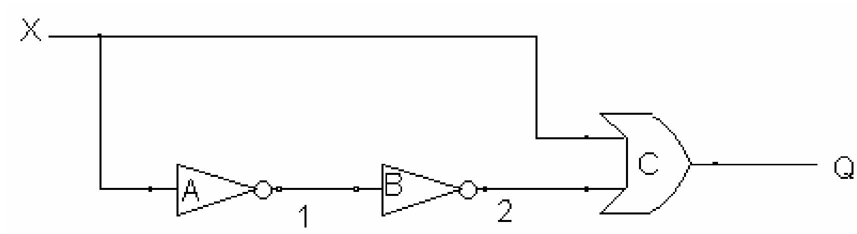


אז יש <u>סתירה</u> - כי נדרש $x=0$ וגם $x=1$. מכאן שמעבר זה כלל אינו אפשרי!!!

– ואכן, המעגל ממשש פונקציה שאינה תלויה כלל בערך המשתנה Z.

באופן כללי סתירה כזאת מעידה שיש בעיה. יתכן בכל זאת שהמסלול אפשרי אך רק יחד עם מסלול נוסף ואז יש לבצע ניתוח דומה לניתוח תופעת hazard.

<u>לדוגמא</u>:

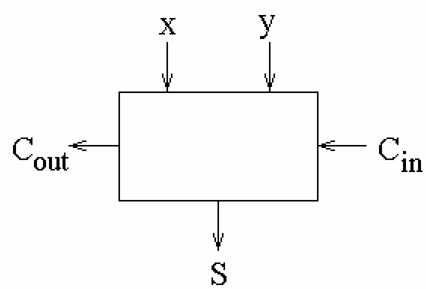


כאן נקבל סתירה בנסותנו לבדוק את המסלול הארוך. במקרה זה המעבר HL יהיה דרך המסלול הארוך (דרך שערי ה-NOT) והמעבר LH יהיה דרך המסלול הקצר.

<u>תרגיל</u>:

נתון רכיב בעל 3 כניסות (x,y,c_{in}) ושתי יציאות (s,c_{out}) עם טבלת האמת שלו.

x	y	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



C_{out}

C_{in} \ xy	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

S

C_{in} \ xy	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

א) ממש את הרכיב באמצעות שערים ...74LS בעלי זמני ההשהיה הנתונים (ראה טבלה).

ב) חשב את זמני ההשהיה של הרכיב.

<u>טבלת נתונים</u>:

		t_{pLH}(ns)	t_{pHL}(ns)
(AND)	74LS08	15	20
(OR)	74LS32	22	22
(XOR)	74LS86	30	22

<u>לפני שנפנה אל הפתרון נערוך הכרה קצרה עם האפיון המעשי של שערים לוגיים</u> :

כל יצרן המייצר רכיבים אלקטרונים מפרסם דפי נתונים המכילים מידע על מאפייני הרכיבים אותם הוא מייצר. מאפיינים כאלה יכולים להיות טמפרטורות בהן הרכיב עובד בצורה תקינה, תנאי המתח והזרם הנדרשים וכמובן גם זמני ההשהיה המקסימליים שלו.

על מנת לזהות את הרכיבים משתמשים בסימון סטנדרטי הכולל שלושה חלקים :

לדוגמא : **74LS08**

1) <u>74/54</u> : 74 מסמן כי הרכיב הוא לשימוש אזרחי ו-54 לשימוש צבאי.

2) החלק השני בסימון (LS) מסמן את הטכנולוגיה בה מיוצר הרכיב.

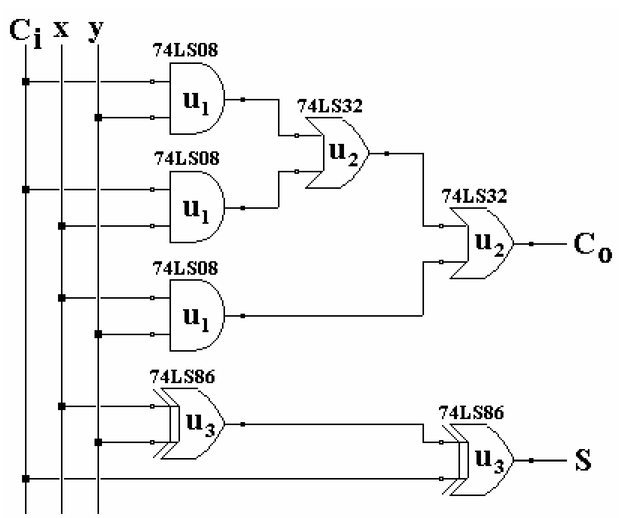
3) החלק השלישי הוא המספר הסידורי של הרכיב ע"פ הפונקציה הלוגית. 08 למשל, הוא הקוד עבור הפונקציה AND.

<u>פתרון התרגיל:</u>

א)

$$S = x'y'C_i + x'yC_i' + xyC_i + xy'C_i' = x \oplus y \oplus C_i$$

$$C_o = xy + xC_i + yC_i$$



ב) נחשב השהיות מקסימליות (מכל כניסה לכל מוצא):

$$t_p(C_i \to C_o) = t_{pHL}(u1) + t_{pHL}(u2) + t_{pHL}(u2) = 20 + 22 + 22 = 64nSec$$

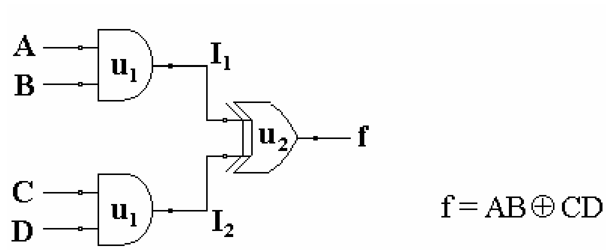
$$t_p(C_i \to S) = t_{pLH}(u3) = 30nSec$$

$$t_p(x, y \to C_o) = t_{pHL}(u1) + t_{pHL}(u2) + t_{pHL}(u2) = 64nSec$$

$$t_p(x, y \to S) = t_{pLH}(u3) + t_{pLH}(u3) = 30 + 30 = 60nSec$$

<u>תרגיל</u>:

נסתכל על המעגל הבא:



שרטט דיאגרמת זמנים לשינויי היציאה f וכניסות ה-XOR: I_1, I_2 -

כאשר הכניסות משתנות מ - ABCD = 1100 ל- ABCD = 1011

הנח שנבחרו רכיבים שמקיימים:

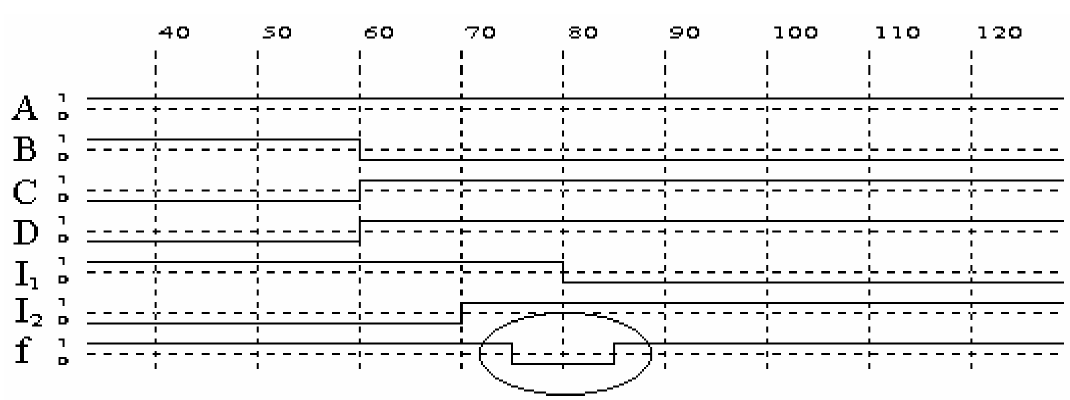
tpHL(u1) = 20 nSec

tpLH(u1) = 10 nSec

tpLH(u2) = tpHL(u2) = 5 nSec

<u>פתרון</u>:

להלן דיאגרמת הזמנים המתקבלת:



← שימו לב לתופעה שהתקבלה:

למרות ש- f לכאורה אמורה לקבל את אותו הערך הלוגי עבור הצרוף ABCD=1100 ועבור הצרוף ABCD=1011, אנו מקבלים **תופעת מעבר** כאשר היציאה עוברת לזמן קצר ל-'0' לוגי.

תופעה זו נקראת **<u>Hazard</u>** .