<u>תרגיל כיתה מס' 1</u>

<u>ייצוג מספרים</u>

מספר מבטא כמה אוביקטים יש בקבוצה, כלומר מספר הוא מושג מופשט וניתן לייצגו בכמה צורות. אנחנו משתמשים בשיטה שנקראת positional notation . בשיטה זאת כל מספר מורכב מספרות. <u>מיקום</u> הספרה במספר קובע את המשקל שתקבל.

באופן כללי:

$$N = \sum_i d_i \cdot w_i$$

N הוא ערך המספר במספרים עשרוניים.

מתקיימים

1) המשקל: $w_i = b^i$

2) הספרה: $0 \le d_i < b$

b הוא הבסיס אשר בו אנחנו עובדים, במקרה של הבסיס העשרוני המוכר $w_i=10^i$ ו- $0 \le d_i < 10$

<u>דוגמאות למעבר מבסיס כלשהו לבסיס עשר:</u>

<u>בסיס עשרוני b=10:</u>

$$(23.7)_{10}=2x10^1+3x10^0+7x10^{-1}$$

<u>בסיס b=5:</u>

$$(124.31)_5=1x5^2+2x5^1+4x5^0+3x5^{-1}+1x5^{-2}=(39.64)_{10}$$

<u>בסיס $b=2$ (בינארי):</u>

$$(1010.01)_2=1x2^3+1x2^1+1x2^{-2}=(10.25)_{10}$$

<u>בסיס $b=8$ (אוקטלי):</u>

$$(370.5)_8=3x8^2+7x8^1+0x8^0+5x8^{-1}=(248.625)_{10}$$

<u>מה קורה אם b>10?</u>

מקובל לפעמים לעבוד עם בסיס 16. כאשר עובדים עם בסיס 16 צריכים להוסיף 6 ספרות נוספות ל-10 המוכרות.

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

<u>בסיס $b=16$ (הקסדצימלי):</u>

$$(A31.C)_{16}=10x16^2+3x16^1+1x16^0+12x16^{-1}=(2609.75)_{10}$$

<u>מעבר מבסיס 10 לבסיס b:</u> מטפלים בנפרד בשלם ובשבר.

שלם – בכל שלב מחלקים בבסיס b. השארית מהווה ספרה במספר החדש, והמנה מועברת לשלב הבא:

$$\left(d_{n-1}d_{n-2}\ldots d_1 d_0\right)_b = d_{n-1}\cdot b^{n-1} + d_{n-2}\cdot b^{n-2} + \ldots + d_1\cdot b^1 + d_0\cdot b^0 =$$
$$=\left(d_{n-1}\cdot b^{n-2} + d_{n-2}\cdot b^{n-3} + \ldots + d_1\right)\cdot b + d_0$$

כלומר, לאחר חלוקה ראשונה ב-b, d_0 היא השארית המתקבלת. באופן דומה ממשיכים ומקבלים את $d_1, d_2, \ldots.$

לדוגמא, נמצא את היצוג של 133 בבסיס 3:

בכל שלב מחלקים ב-3 ולוקחים את השארית בתור הספרה.

שארית	מספר
$1 = d_0$	133
$2 = d_1$	44
$2 = d_2$	14
$1 = d_3$	4
$1 = d_4$	1
	0

$$133 = (11221)_3$$

שבר- הפעם מכפילים בבסיס במקום לחלק:

$$\left(0.d_{-1}d_{-2}\ldots d_{-m}\right)_b \cdot b = \left(d_{-1}\cdot b^{-1} + d_{-2}\cdot b^{-2} + \ldots + d_{-m}\cdot b^{-m}\right)\cdot b =$$
$$= d_{-1} + d_{-2}\cdot b^{-1} + \ldots + d_{-m}\cdot b^{-m+1} = \left(d_{-1}.d_{-2}\ldots d_{-m}\right)_b$$

כלומר, לאחר הכפלה ראשונה ב-b מקבלים את d_{-1} ולאחר הכפלה שניה מקבלים את d_{-2}

לדוגמא, נמצא את היצוג של 0.43 בבסיס 5:

$0.43\times 5 = 2.15$	$2 = d_{-1}$
$0.15\times 5 = 0.75$	$0 = d_{-2}$
$0.75\times 5 = 3.75$	$3 = d_{-3}$
$0.75\times 5 = 3.75$	$3 = d_{-4}$
$\vdots$	$\vdots$

$$\Rightarrow\ 0.43=(0.2033\ldots)_5$$

דוגמא נוספת:

$$0.6875=(?)_2$$

$$0.6875\times 2=1.375 \qquad 1=d_{-1}$$

$$0.375\times 2=0.75 \qquad 0=d_{-2}$$

$$0.75\times 2=1.5 \qquad 1=d_{-3}$$

$$0.5\times 2=1.0 \qquad 1=d_{-4}$$

$$0\times 2=0 \qquad 0=d_{-5}...d_{-\infty}$$

$$\Rightarrow\ 0.6875=(0.1011)_2$$

מעבר בין בסיסים שהם חזקות אחד של השני:

במקרים מסויימים כאשר בסיס אחד הוא חזקה שלמה של בסיס אחר ישנה דרך קלה להמיר ביניהם ללא מעבר דרך הבסיס העשרוני.

דוגמא:

ברצוננו להמיר מבסיס בינארי (2) לבסיס הקסדצימלי (16) ובחזרה.

נשים לב כי $2^4=16$ כלומר הבסיס 16 הוא חזקה שלמה של 2. לכן אם ברצוננו להמיר ממספר בינארי למספר הקסדצימלי פשוט נחלק את המספר הבינארי לרביעיות ונמיר כל רביעיה לספרה הקסדצימלית אחת.

$$(1101011110001111)_2=(1101,0111,1000,1111)_2=(D78F)_{16}$$

דוגמא נוספת:

המרה מבסיס 3 ל-9 ובחזרה. נשים לב ש- $3^2=9$ כלומר נחלק את המספר בבסיס 3 לזוגות ונמיר כל זוג לספרה בבסיס 9.

$$(12210222)_3=(12,21,02,22)_3=(5728)_9$$

אריתמטיקה בבסיסים שונים (דומה לאריתמטיקה המוכרת בבסיס 10) :

חיבור בבסיס 3 :

$$\begin{array}{r} 102 \\ + \\ 211 \\ \hline 1020 \end{array}$$

חיבור בבסיס 8 :

$$\begin{array}{r} 107 \\ + \\ 703 \\ \hline 1012 \end{array}$$

חיסור (בינארי) :

$$\begin{array}{r} 1001.1 \\ - \\ 110.1 \\ \hline 11.0 \end{array}$$

כפל (בינארי) :

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times \\ 10 \\ \hline 000 \\ + \\ 101 \\ \hline 1010 \end{array}$$

חילוק (בינארי) :

$$\begin{array}{r|l} 11 & \\ \hline 1001 & 11 \\ - & \\ 11 & \\ \hline 11 & \\ - & \\ 11 & \\ \hline 0 & \end{array}$$